

UNIVERSITE LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

SCIENCES DE L'EDUCATION

QUELLES STRUCTURES
LINGUISTIQUES ALLEMANDES
AU SERVICE DE
QUELLES MATHÉMATIQUES ?

Par Geneviève FRIEDERICH (ép. ROLLI)

Sous la direction de
Madame Anemone GEIGER-JAILLET
Co-lectrice : Madame Elisabeth REGNAULT

Mémoire de Master 2
Apprentissages et Médiations
2005-2006

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS.....	4
---------------------------	----------

LEGENDE TYPOGRAPHIQUE.....	4
-----------------------------------	----------

INTRODUCTION	6
---------------------------	----------

I ETAT DE LA RECHERCHE : LES MATHEMATIQUES EN TANT QUE DNL	10
---	-----------

I 1. Les mathématiques en tant que discipline non linguistique	10
---	-----------

I 1.1. Enseignement ou éducation bilingue : pourquoi, comment ?	10
---	----

I 1.2. Bénéfices d'une DNL	13
----------------------------------	----

I 1.3. Quelle(s) DNL choisir ? Arguments contre les mathématiques.	17
---	----

I 1.4. Pourquoi aussi les mathématiques ? Arguments pour quelles mathématiques ?	22
---	----

I 1.5. Où, et avec quels résultats, les mathématiques existent-elles en tant que DNL ? .	31
--	----

I 2. Interaction entre langue et mathématiques.....	36
--	-----------

I 2.1. Langue, langage et mathématiques	36
---	----

I 2.2. Langage courant et langage mathématique.....	42
---	----

I 2.3. Spécificité du langage mathématique : quelles mathématiques au service de quelle langue ?	48
--	----

I 2.4. Articulations entre langue 1, langue 2 et DNL en langue 2.....	56
---	----

II CORPUS ECRIT ET ORAL.....	60
-------------------------------------	-----------

II 1. Outils d'analyse	60
-------------------------------------	-----------

II 1.1. Qui communique pendant un cours de mathématiques et comment ?	60
---	----

II 1.2. Répertoire fonctionnel de la classe de mathématiques.....	62
---	----

II 1.3. Langage de groupe.....	68
--------------------------------	----

II 1.4. Formulation et reformulation d'énoncés	71
--	----

II 2. Analyse de deux chapitres du manuel de mathématiques utilisé en 6^{ème} bilingue	74
II 2.1. Analyse des structures langagières relevées dans le chapitre <i>Längenmessung und Umfang</i> du document de travail de 6 ^{ème} bilingue	74
II 2.2. Analyse des structures langagières relevées dans le chapitre <i>Brüche</i> du document de travail de 6 ^{ème} bilingue.....	82
II 2.3. Analyse comparative des deux chapitres précédents.....	90
II 3. Analyses de séquences de cours	91
II 3.1. Analyse d’une séquence mathématique d’activités géométriques	92
II 3.2. Analyse d’une séquence mathématique d’activités numériques	99
II 3.3. Comparaison des quatre exemples précités et du document écrit	106
II 4. Analyse comparative des cours enregistrés et des consignes écrites du cédérom	108
II 4.1. Fréquence d’apparition de certains mots, en particulier : substantifs et verbes ..	108
II 4.2. Visualisation de champs sémantiques	113
II 4.3. Comparatifs et superlatifs	115
II 4.4. Quels types de questions sont au service des mathématiques ?	115
II 5. Perspectives et recommandations didactiques	122
CONCLUSION.....	128
BIBLIOGRAPHIE	132
ANNEXES.....	138

REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier ma directrice de mémoire, Madame Anemone GEIGER-JAILLET, pour ses précieux conseils et directives ainsi que Monsieur Gerald SCHLEMMINGER et le groupe de doctorants de la *Pädagogische Hochschule de Karlsruhe*. Leur accueil chaleureux, leur écoute au sein du groupe, réunion après réunion, m'ont donné le courage nécessaire pour me lancer dans la rédaction de ce mémoire.

Je voudrais remercier aussi mon mari, Jean-Martin ROLLI, dont l'aide fut précieuse pour les problèmes de mise en pages à l'ordinateur. Ma belle-fille Cécile HATEY-ROLLI, ainsi que mes amis Mélanie HAMM et Dominique LEBESGUE se sont proposés pour relire mon travail et m'aider à en corriger les fautes : merci pour le temps et l'effort que cela leur a coûtés !

LEGENDE TYPOGRAPHIQUE

- 1) Les mots, consignes et énoncés mathématiques en langue française sont écrits en caractères **gras**.
- 2) Les mots et énoncés mathématiques en langue allemande (ou autre langue) sont écrits en caractères *italiques*.
- 3) Toutes les citations qui ne sont pas en langue française sont transcrites en caractères *italiques*.
- 4) Les hypothèses proposées, étudiées et analysées, sont soulignées.

INTRODUCTION

Jusqu'aux années 1960, les objectifs du système scolaire ont été, pour ce qui concerne la majorité des élèves, d'une part une alphabétisation élémentaire (savoir lire... à haute voix !), d'autre part l'apprentissage de connaissances pratiques et de savoir-faire professionnels (calculer, notions d'hygiène, notions agricoles ou d'arpentage...). Au cours des années soixante et des décennies qui ont suivi, progressivement, l'école s'est vu assigner une tâche sensiblement différente qui a été de faire acquérir, à chacun, tous les codes sociaux (langue écrite, mathématiques...) avec, cette fois, la nécessité impérative pour chaque élève de savoir les utiliser de manière pertinente. Lire, écrire, "mathématiser" sont devenus aussi indispensables que marcher et parler, puisque la société actuelle est en grande partie bâtie et structurée sur ces trois fonctions.

Les pratiques différentes d'un certain nombre d'enseignants, issues des mouvements pédagogiques qui datent de près d'un siècle, reposent sur une autre notion qui est celle de la construction des langages. Ceux-ci sont, avant tout, les outils cognitifs qui permettent d'appréhender par les sens des informations, de les interpréter, de produire une représentation du monde dans lequel on vit, de s'y adapter, d'y exister, d'y évoluer, de le modifier. Chaque enfant construira ses langages en fonction des mondes qu'il percevra autour de lui. La recherche du sens se trouve là. Mais quand il s'agit des mondes créés par l'écrit, le langage mathématique et le langage scientifique, qui sont avant tout des représentations artificielles créées par l'esprit humain, les outils langagiers effectifs et disponibles chez l'enfant sont alors très embryonnaires. L'enfant n'a pas encore de représentation écrite, mathématique ou scientifique du monde, parce qu'il y a été moins confronté ou que ces représentations sont moins visibles. En ce sens, le rôle de l'école et de ses enseignants est incontestable : faire entrer l'enfant dans les représentations dont il aura besoin, pour intégrer une vie sociale, le faire entrer dans les différents niveaux d'abstraction et lui permettre de les construire.

Les mathématiques sont omniprésentes dans la vie de tous les jours ; on en rencontre en toutes circonstances, chez l'enfant et l'adulte, dans le monde du travail ou du jeu et plus spécifiquement dans le milieu scolaire. Cette activité intellectuelle de résolution de problèmes s'appuie sur le langage quotidien, courant, sur la langue naturelle ou maternelle. Elle exige, en plus de l'invention de méthodes de résolution, de procédés ou d'astuces, l'emploi de termes, concepts ou symboles construits à partir de cette langue naturelle qui finit par être débordée progressivement à cause de l'invention ou de la création d'une autre langue, celle des

mathématiques, avec une terminologie, des symboles et une syntaxe spécifique ou exclusive à cette discipline.

Les savoirs mathématiques peuvent ainsi être considérés comme un élargissement du langage humain, comme un système, codé par des symboles et des icônes. Il convient de parler du registre du langage mathématique qui y joue un rôle central, comme l'exprime HALLIDAY : « *A register is a set of meanings that is appropriate to a particular function of language, together with the words and structures which express these meanings. We can refer to a "mathematics register", in the sense of meanings that belong to the language of mathematics (the mathematical use of natural language, that is : not mathematics itself), and that a language must express if it is used for mathematical purposes.* » (HALLIDAY, 1974, p. 65).

Cependant, comme le soulignait le Prince Philippe d'Angleterre, (ARTH, 1996, Vorwort) ce langage peut rencontrer beaucoup d'incompréhension dans son assimilation et demander un réel effort pour qu'il fasse sens chez l'apprenant : « *Those fortunate beings who find mathematics a joy and a fascination will probably get on, whatever the standard of teaching. It requires real genius to light a flicker of understanding in the minds of those to whom mathematics is a clouded mystery. The subject is so vitally important for everyone in this technological age that any advance in the techniques of teaching is to be welcomed.* »

Les langues se différencient par leur vocabulaire, leur morphologie, leur syntaxe et leur sémantique. PRIPOGINE disait : « *Die Welt ist viel zu reichhaltig, als dass es möglich wäre, sie in einer einzigen Sprache auszudrücken.* » (LEISEN, 1999, p. 6). Il est difficile, dans l'ordre actuel des connaissances, de savoir quelle langue est la plus ancienne. Différentes théories tentent de comprendre comment le langage humain est né. Peut-être serait-il possible d'en apprendre davantage sur la question en observant comment l'acquisition du langage se fait chez le très jeune enfant ? Chez l'enfant de deux ans, on constate, en effet, une "explosion grammaticale" qui s'accompagne d'une connaissance "phénoménale" de la syntaxe. Dès cet âge, il domine l'accord des genres. Cette capacité démontre sa maîtrise naturelle de la langue. On peut donc supposer que l'enfant est prédisposé, qu'il y aurait comme une sorte de "boîte noire" dans le cerveau, prédisposition du petit humain à parler, à utiliser la faculté de langage de notre espèce. On remarquera que l'on parle "d'acquisition" du langage et "d'apprentissage" des mathématiques ou d'une autre langue, ce qui laisse supposer que ces activités cognitives ne se situent pas sur le même plan. (POLLOCK, 2005)

En ce qui concerne l'apprentissage d'une langue étrangère, on se heurte habituellement à un paradoxe : comment se fait-il que le petit d'homme si malhabile physiquement et intellectuellement, réussisse l'exploit d'apprendre en un temps record sa langue maternelle, et qu'il lui soit si difficile de répéter cette prouesse quand, plus grand et plus autonome sur le plan cognitif, il s'attaque à une autre langue ? Car, il faut bien le reconnaître, l'apprentissage des langues étrangères est d'abord remarquable par son taux d'échec, malgré des différences très nettes d'une personne à l'autre, d'une communauté à l'autre. Rares sont les personnes qui parviennent à une bonne connaissance d'une ou plusieurs langues étrangères, c'est-à-dire à ce stade où l'on peut, sans gêne, lire un livre, suivre un film, une conversation entre "locuteurs natifs" et, à son tour, s'exprimer de manière précise. Le préhistorien LEROI-GOURHAN (1980) prétend que le développement du langage s'est fait en lien avec celui des outils, car ils sont liés neurologiquement. De ce fait, l'aspect algorithmique des mathématiques ne correspond-il pas à la même structure cognitive que celui des langues ?

Dans le cas des mathématiques, enseignées dans les classes bilingues en tant que DNL (Discipline Non Linguistique), le langage mathématique prend appui sur une langue seconde, qui de langue, en tant que matière, devient langue en tant que média, moyen de communication. Elle devient langue d'enseignement et d'apprentissage, outil de communication, dans un usage spécifique de transmission des connaissances. Réciproquement la DNL est aussi un outil pour la langue seconde, puisqu'elle l'authentifie en situation.

L'enseignement bilingue des disciplines non linguistiques a été clairement reconnu dans le Livre Blanc sur l'Education (Commission Européenne 1995, p. 67), comme étant un des moyens d'élever le niveau de connaissances en langues étrangères afin que les citoyens européens puissent communiquer dans au moins trois langues de la communauté : « Il pourrait même être avancé que les élèves du secondaire étudieraient certaines disciplines directement dans leur première langue étrangère. »

C'est dans le cadre de cet enseignement bilingue des disciplines non linguistiques, que je me suis intéressée, pour la rédaction de mon mémoire de maîtrise en sciences de l'éducation, à : L'intérêt de faire des mathématiques en langue allemande en classes bilingues de collèges de l'académie de Strasbourg", cherchant entre autres, à confirmer l'hypothèse, que faire des mathématiques en langue allemande apportait à l'élève un bénéfice cognitif sur le plan des mathématiques et sur un plan linguistique. S'était posée alors la question de

l'interaction entre les mathématiques (le langage mathématique) et la langue (allemande, ici, en l'occurrence), question que nous allons creuser dans le présent mémoire de master 2.

La question centrale de ce mémoire est donc la suivante : Quel est l'apport du langage mathématique à l'amélioration du niveau en langue, plus précisément en langue allemande ?

L'objectif est d'approfondir l'interaction entre le langage mathématique et la langue allemande, après avoir cerné de plus près ce qu'est une langue et ce que sont les mathématiques. Nous chercherons quel rôle les mathématiques jouent dans l'acquisition de la langue allemande, comment celle-ci est au service des mathématiques, comment le langage mathématique est au service de la langue allemande et comment les savoirs mathématiques et linguistiques se construisent dans l'enseignement bilingue. Il s'agit, en fait, de créer un pont entre deux pôles : celui véhiculé par les connaissances mathématiques elles-mêmes, les exercices, problèmes, buts et méthodes de travail et celui véhiculé par le langage spécifique mathématique.

L'hypothèse générale de travail est donc la suivante : Apprendre les mathématiques en langue allemande dans les classes de collège apporte à l'élève un bénéfice cognitif sur le plan mathématique et linguistique, le langage mathématique se composant d'une partie de *Alltagssprache* (langage courant) et d'une partie de *Fachsprache* (langage spécifique).

Pour confronter cette hypothèse générale à la réalité du terrain, nous constituerons un corpus écrit en recensant, dans la partie pratique du mémoire, les consignes du document de mathématiques (cédérom), créé à l'usage des professeurs enseignants dans les classes bilingues de l'académie de Strasbourg. Nous porterons l'accent sur deux chapitres en particulier, faisant travailler respectivement des activités géométriques et des activités numériques. Ces deux chapitres correspondent aux thèmes traités par les enseignants, lors des cours de mathématiques enregistrés en 6^{ème} bilingue. Le deuxième volet de cette partie pratique sera constitué d'un corpus oral, obtenu à partir des retranscriptions desdits enregistrements de cours. Une comparaison sera effectuée entre le corpus écrit et le corpus oral. Il s'agira par là de voir comment donner sens à ces paroles :

« *Fachlernen ohne Sprachlernen ist blind, so wie Sprachlernen ohne Fachlernen hohl ist.* » (LEISEN, 1999, p. 7)

I ETAT DE LA RECHERCHE : LES MATHEMATIQUES EN TANT QUE DNL

I 1. Les mathématiques en tant que discipline non linguistique

I 1.1. Enseignement ou éducation bilingue : pourquoi, comment ?

Quand, à l'orée du XIX^{ème} siècle, l'école devient obligatoire pour tous, naît une forme de démocratisation où la langue du peuple devient non seulement le véhicule de l'instruction, mais aussi le symbole de l'unité nationale, désirant préparer des citoyens patriotiques. Auparavant, du Moyen Âge jusqu'à la Renaissance, la langue de l'enseignement formel, qui ne concernait qu'une minorité de la population, était le latin. La Renaissance, tout en gardant comme objectif de maîtriser le latin et le grec, préconise une éducation démarrant avec la langue "vulgaire", parlée par l'enfant, alors qu'auparavant, il n'y avait guère que les prédications à l'église qui se faisaient dans la langue du peuple. Seuls, pourtant, ceux qui font des études longues, une minorité donc, apprennent des langues étrangères, quand la première langue semble pleinement acquise, c'est à dire vers neuf ou dix ans (SIGÜAN, 2000).

Le bilinguisme en éducation est considéré comme nocif jusqu'à la fin de la seconde guerre mondiale. C'est ainsi qu'en France, le médecin PICHON s'était spécialisé dans le traitement des enfants bilingues "perturbés", convaincu que le « bilinguisme est une infériorité intellectuelle » (PETIT, 2001, p. 43) jusqu'à ce que des études plus sérieuses, dans les années 1940 ne mettent plus en cause le bilinguisme en tant que tel, mais les conditions psychologiques dans lesquelles il s'installe, en tenant compte de paramètres importants, comme l'âge par exemple (SIGÜAN, 2000). La connaissance d'une langue n'a aucune raison d'exclure, chez une même personne, celle d'une ou de plusieurs autres langues, à condition de mettre en place de bonnes circonstances d'acquisition. Des recherches cognitives ont montré que « le bilinguisme ne requiert pas de facultés cérébrales ni de processus mentaux spécifiques, qui ne s'observeraient pas chez les unilingues » (HAGEGE, 1994, p. 10). En outre, des constatations montrent que les bilingues possèdent généralement une malléabilité et une souplesse cognitives supérieures à celles des unilingues (BAIN, 1974).

A l'heure actuelle, l'efficacité de l'enseignement bilingue semble généralement admise, même si celui-ci revêt différents modes de fonctionnement. Il suffit, pour s'en convaincre, de considérer la multiplication de classes bilingues de par le monde (GEIGER-JAILLET, 2005). Il n'existe quasiment pas de pays où le bilinguisme ne soit pas présent, qu'il le soit à titre familial, régional ou national, et la croissance de l'Union Européenne a donné une nouvelle perspective et un nouvel élan à l'enseignement des langues étrangères.

Comment, pourtant, le bilinguisme peut-il se construire s'il n'est pas véhiculé par la famille, bilinguisme, qui « en Europe demeure encore, en dépit des progrès, ce qu'il était hier : un idéal et une rareté » (HAGEGE, 1996, p. 55) ? L'école peut-elle être alors le moteur de ce bilinguisme et si oui, sous quelles formes, à quelle fréquence et selon quelles modalités ? Depuis quelques décennies, plutôt que de traiter la langue comme simple objet d'enseignement, on expérimente dans différentes régions des programmes scolaires dans lesquels les enfants utilisent une langue étrangère, comme moyen de communication et de transmission de savoirs (GEIGER-JAILLET, 2005, p. 5).

Il a été stipulé dans les traités de Maastricht (1992) et d'Amsterdam (1997) que tout en respectant, préservant et valorisant la langue et la culture d'un Etat membre, il fallait encourager le bi, voire multilinguisme pour les citoyens des différents pays. La France a été pionnière en ce domaine en créant en septembre 1992, à l'initiative de Jacques Lang, des sections européennes et sections de langue orientale en collèges et lycées sur la base de la circulaire n° 92-234 du 19 août 1992 : « [...] la construction européenne, l'ouverture internationale croissante des économies, la multiplication des échanges culturels, élèvent désormais au rang d'impérieuse nécessité la maîtrise d'une ou plusieurs langues vivantes et rendent souhaitable la formation du plus grand nombre d'élèves à un niveau proche du bilinguisme, assorti d'une connaissance approfondie de la culture des pays étrangers. »

L'enseignement bilingue est pluriel et s'organise de manière très diverse de par l'Europe, mais aussi de par le monde. Selon leur lieu d'implantation, les sections bilingues portent des noms divers (sections bilingues, internationales, européennes, linguistiques...). Leur mise en place s'organise à des niveaux variés de la scolarité, tantôt dès l'école maternelle, enfantine (Alsace, Bretagne, Catalogne, Pays Basque, Suisse,...), tantôt à l'école primaire (Andalousie, Canada, Moyen Orient, Val d'Aoste, Turquie,...), et tantôt au collège ou/et lycée (Allemagne, France, Italie, Europe centrale et orientale,...). Le facteur commun en est, bien naturellement, qu'une ou plusieurs disciplines non linguistiques (matières relevant des sciences humaines ou/et disciplines scientifiques) y sont enseignées, partiellement ou totalement, en deux langues (la langue maternelle et la langue seconde).

La diversité des objectifs visés et les différences entre les systèmes éducatifs nationaux expliquent les contrastes entre les filières d'enseignement bilingue dans le monde, même si des problématiques communes émergent comme, par exemple, la mise en place d'une DNL en commençant par le choix de celle-ci, choix organisé selon certains critères ou visées

pédagogiques. Des psycholinguistes, ayant établi que l'acquisition d'une seconde langue vivante pouvait se réaliser grâce à une éducation véritablement bilingue en milieu scolaire, partant de la prédisposition qu'avait le jeune enfant d'acquiescer au moins une deuxième langue aussi naturellement et parfaitement qu'il acquiert sa langue maternelle, à condition de commencer le plus tôt possible, des sites bilingues ont également été créés (en complément des sections européennes concernant exclusivement l'enseignement secondaire) dès la première année de l'école maternelle. L'objectif, le plus souvent annoncé, est d'ordre linguistique : on apprend mieux une langue en la faisant fonctionner, en s'en servant pour autre chose que cette langue, en l'instrumentalisant. On espère par là mieux cerner, apprivoiser la langue, ce qui s'avère en effet le plus souvent bénéfique, à condition que les enseignements en DNL soient dans une langue suffisamment concise et correcte. Il ne faudrait pourtant pas penser que c'est là le seul objectif de l'enseignement bilingue, ce serait beaucoup trop réducteur. Un enseignement en deux langues, correctement conduit, vise aussi à améliorer les compétences cognitives de l'apprenant et, bien sûr, les connaissances d'ordre méthodologique et scientifique dans le champ de la discipline concernée. On peut aussi considérer, qu'une des visées de l'enseignement bilingue est d'assurer la mobilité professionnelle en cette ère de mondialisation. Il n'est pas certain, néanmoins, que tous les objectifs et/ou bénéfices d'un enseignement bilingue soient clairement énoncés, quand on décide de créer et de faire fonctionner des sections bilingues.

En Alsace, lorsque des parents d'élèves poussent l'autorité éducative à installer des sites bilingues à parité horaire, le recteur DEYON affirme avec force, en octobre 1990 deux refus croisés : le refus d'avancer l'âge de l'apprentissage de l'allemand et le refus d'un bilinguisme à parité horaire. Deux ans plus tard cependant, en septembre 1992, « ce qui était qualifié d'extravagant est réalisé par le service public, en commençant par les plus jeunes des enfants » (HUCK, 2004, p. 34). L'enseignement bilingue a, ainsi, été mis en place dans l'académie de Strasbourg (circulaire rectorale du 20 septembre 1991), conjointement par les autorités académiques et les collectivités territoriales, en réponse à une demande pressante d'une partie du corps social et, en particulier, de parents regroupés dans des associations culturelles régionales (MARCHAL, COLINET, 2004, p. 235). « Cet enseignement se base sur les définitions de la langue régionale proposées par des professeurs de l'université Marc Bloch de Strasbourg et confirmées par [...] celle du recteur Jean-Paul de GAUDEMAR, en septembre 1991 : "L'allemand présente en effet, du point de vue éducatif, la triple vertu d'être à la fois la langue écrite et la langue de référence des dialectes régionaux, la langue des pays les plus

voisins et une grande langue de diffusion européenne et internationale" » (GEIGER-JAILLET, 2005, p. 155).

Idéalement, c'est lorsqu'il y a une vision claire de la politique linguistique que l'on veut mener dans le champ éducatif, qu'est structurée la mise en œuvre d'une politique bilingue. Or, ce n'est pas vraiment l'ordre dans lequel l'enseignement bilingue s'est mis en place en Alsace. Le fait que le cadrage dans la mise en œuvre et la réflexion de fond aient été menés parallèlement à la mise en place des sites bilingues, a nécessité un gigantesque travail pédagogique, engendrant malentendus et approximations dans l'organisation et conduisant certains enseignants volontaires au découragement et à la désillusion (HUCK, 2004).

C'est dans le cadre de cet enseignement bilingue à parité horaire que nous nous intéresserons de plus près, comme dans le mémoire de maîtrise (ROLLI, 2005), à l'enseignement des mathématiques en langue allemande dans les classes bilingues de l'académie de Strasbourg et plus précisément à la spécificité de la DNL mathématiques. Avant cela, pourtant, il convient de mettre en lumière les bénéfices d'une DNL.

I 1.2. Bénéfices d'une DNL

Les langues étrangères figurent parmi les matières enseignées dans la plupart des cultures se fondant sur l'école. Les langues, qui sont la matière de toute matière « permettant au pensable d'accéder au dicible » (HAGEGE, 1996, p. 96), ne sont pas des savoirs mais contiennent un ensemble « hétéroclite de savoirs dispersés, reflétant divers états de la science » (HAGEGE, 1996, p. 97). L'enseignement bilingue précoce ne saurait concevoir la langue étrangère comme le lieu d'un discours sur un objet pédagogique, puisqu'elle y est utilisée comme support d'autres enseignements, au lieu d'avoir simplement comme statut d'être l'un d'entre eux. Il s'agit de l'instrumentaliser et de la comprendre sans ses emplois naturels, cherchant à susciter chez l'apprenant le désir de l'utiliser pour communiquer avec ses pairs, comme il le ferait de sa langue maternelle (L1), afin de palier l'absence de langue 2 (L2) dans son environnement naturel et/ou familial. « Il convient donc de développer, en les mettant au service de l'éducation bilingue précoce, les moyens d'apprentissages qui font apparaître la L2 non comme un objet abstrait, mais comme le bien culturel sur lequel se fonde la vie quotidienne de toute une population » (HAGEGE, 1996, pp. 100 et 101). Ainsi, cette éducation bilingue précoce, dont une visée politique cherche à construire davantage l'Europe,

nécessite une meilleure connaissance de la langue du voisin mais aussi, une meilleure compréhension de sa culture et de sa civilisation :

« Qui s'engage à éduquer des citoyens pour l'Europe doit offrir aux apprenants des études linguistiques sous forme de "langue du partenaire". La conception de la deuxième langue comme "langue du partenaire" demande d'agir en conséquence. Pour être à même d'adopter la perspective du partenaire, il faut connaître la voie sur laquelle il promène ses pensées et ses sentiments à un niveau que l'on peut qualifier d'une compétence qui s'approche du bilinguisme naturel incluant la compétence biculturelle au même niveau. Les objectifs visés ne s'atteignent ni par la quantité ni par la qualité de l'enseignement habituel des langues étrangères. Il faut d'abord augmenter la quantité de l'exposition de l'apprenant à la langue cible. L'extension de la langue considérée sur quelques disciplines non linguistiques (DNL) tient compte de cette exigence. C'est l'application de la langue dans les DNL qui produit un premier bond de qualité. La langue change de fonction : de langue en tant que matière, elle devient langue en tant que média, moyen de communication. Elle devient langue d'enseignement et d'apprentissage. L'expérience prouve que le bénéfice est considérable car l'apprentissage linguistique est latent » (MÄSCH, 2000, pp. 70 – 71).

La langue seconde en DNL devient ainsi outil de communication, dans un usage spécifique de transmission des connaissances. Réciproquement la DNL est aussi un outil pour la L2 car elle l'authentifie en situation. Il est important de valoriser ce mouvement réciproque en trouvant toutes les occasions de l'exploiter pédagogiquement. On apprend mieux une langue, en l'utilisant comme outil d'apprentissage d'une autre discipline. Elle n'est plus simplement objet d'apprentissage, mais vecteur de communication, pour construire un savoir disciplinaire, non linguistique : l'enseignement est oral et la langue en est donc le vecteur. L'enseignement dans la langue est prioritaire sur l'enseignement de la langue. On augmente, par là, le temps d'exposition à la langue, processus bien nécessaire car, quand on commence l'étude d'une langue étrangère, on se place dans une situation de "non savoir" absolu. Il s'agit de refaire, comme le petit enfant (du latin : "*in-fans*" = "privé de parole"), qui ne parle pas encore, l'expérience de l'impuissance à se faire entendre, pouvant provoquer de véritables blocages. Pour certains, il est si difficile de sortir des automatismes phonatoires de leur langue maternelle, qu'ils ne parviennent pas à répéter, même des séquences simples. Apprendre une autre langue, c'est toujours un peu devenir un autre. Ainsi, comme l'exprimait Julia KRISTEVA (1988, quatrième de couverture) : « A l'heure où la France devient le "*melting pot*" de la Méditerranée, une question se pose, qui est la pierre de touche de la morale pour le

XXI^{ème} siècle : comment vivre avec les autres, sans les rejeter et sans les absorber, si nous ne nous reconnaissons pas étrangers à nous-mêmes ? Ne pas intégrer l'étranger, mais respecter son désir de vivre différent, qui rejoint notre droit à la singularité, cette ultime conséquence des droits et des devoirs humains. » Sous-estimer la difficulté d'accéder à un véritable bilinguisme peut conduire à un dialogue de sourds, où l'on ne se comprend pas assez pour comprendre qu'on ne se comprend pas.

Apprendre une langue étrangère permet aussi de découper le réel, différemment que dans sa langue maternelle. On ne saurait traduire mot à mot une langue dans une autre, sous peine de retrouver de nombreuses fautes de genres (ne dit-on pas "le" Lune, *der Mond* et "la" Soleil, *die Sonne* en allemand ?) ou fautes de syntaxes. Citons, pour illustrer notre propos, cette propriété concernant **les nombres premiers**, extraite du livre de mathématiques LS 6, p. 14 : *Primzahlen kann man nicht als Produkt aus kleineren Zahlen schreiben*, ce qui donnerait en traduction littérale : **Nombres premiers peut on ne pas comme produit de plus petits nombres écrire**, et en langage mathématique "bien français" : **les nombres premiers ne peuvent être écrits sous forme de produit de nombres inférieurs**. En perdant l'illusion d'une traduction mot à mot, on apprend qu'il n'existe pas qu'une seule façon d'exprimer les choses, et les différences linguistiques en deviennent une réalité perceptible.

De ce fait, un autre bénéfice accordé au bilinguisme par l'apprentissage de la DNL est que, l'élève se trouve en présence de deux écrits, l'un en langue première, l'autre en langue seconde, ce qui lui permet de « se rendre compte qu'un même sens peut être construit par deux écrits différents » et qu'il va « se fabriquer des repères supplémentaires en terme de comparaisons, de recoupements, de similitudes ou différences » (DUVERGER/MAILLARD, 1996, p. 23). L'élève est, de par son bilinguisme habitué à vivre dans une « jungle sémiotique » (DUVERGER/MAILLARD, 1996, p. 23) lui permettant de ne pas s'arrêter sur des mots qu'il ne connaît pas, en l'aidant à mieux comprendre des situations linguistiques nouvelles. Cette agilité intellectuelle serait au service d'une plus grande créativité, d'une plus grande capacité d'analyse et d'abstraction et d'une meilleure sensibilité communicative. L'apprenant devient plus apte à déjouer les pièges sémantiques, à intégrer des syntaxes différentes et à comprendre le mécanisme des langues. Il apprend ainsi mieux dans deux langues que dans une seule, et il lui sera plus facile, ultérieurement, d'acquérir une troisième, voire même une quatrième langue. Il convient de préciser, cependant, que le fait de dire que l'élève apprend mieux dans

deux langues ne signifie pas que la tâche lui en soit facilitée, mais que cet apprentissage est plus profond, plus intense, voire plus durable dans le temps.

Dans l'expérience d'immersion au Val d'Aoste, ayant comme objectif un enseignement bilingue paritaire français/italien, une grande liberté est laissée aux maîtres. Ceux-ci ont découvert que l'alternance de deux langues, dans une même séquence d'enseignement d'une matière, était « un outil assez fécond pour l'acquisition des connaissances. [...] On peut, pour rendre compte de ce phénomène, contraire à l'attente du sens commun, faire l'hypothèse suivante : la nouveauté d'un contenu successivement proposé en deux idiomes différents se trouve réduite dans la mesure où elle est relativisée, au lieu d'être étroitement associée, comme l'est le signifié au signifiant pour tout signe linguistique, avec un mode unique d'expression en langue, qui paraîtrait faire corps avec ce contenu » (HAGEGE, 1996, p. 114).

L'enseignement bilingue a ainsi, de par sa spécificité même, pour effet de développer les ouvertures culturelles et l'émergence de citoyennetés de type universaliste, dans la mesure où il permet des approches différentes de nombreuses valeurs et notions permettant de faciliter l'esprit de tolérance et de compréhension de l'autre.

D'après les résultats de nombreuses recherches, les enfants bilingues disposent, d'une faculté créative accrue, réussissant mieux dans des tâches où il ne s'agit pas de trouver "la" réponse correcte à une question mais d'imaginer une multitude de réponses. Leurs facultés métalinguistiques sont plus avancées que celles des unilingues, leur assurant un contrôle cognitif supérieur des opérations linguistiques, entraînant de meilleures chances de succès scolaires. Ils disposent d'une meilleure sensibilité communicative, percevant mieux des facteurs situationnels, et y réagissant plus rapidement pour corriger des erreurs de schématisation et de comportement. Cela serait dû à la nécessité de déterminer rapidement le choix de la langue, appropriée à une situation (LÜDI, 1998).

Longtemps, on a cru que le fait d'apprendre une deuxième langue tôt à l'école perturbait le développement de la langue maternelle. Depuis les années 1970, les recherches théoriques sur le bilinguisme ont montré que l'apprentissage précoce d'une seconde langue renforçait les compétences en L1, ce qui apporte un bénéfice aux deux langues (PORCHER, GROUX, 1998).

La dimension bilingue s'inscrit positivement dans la cohérence de la didactique d'une DNL, mais chaque DNL ayant une approche disciplinaire distincte, les apports du bilinguisme sont nettement différenciés d'une discipline à l'autre (COSTE, 2000). Les concepts théoriques de base faisant, néanmoins, souvent défaut et les concepts essentiels manquant de clarté, se posent les questions suivantes : « Faut-il fixer des objectifs spécifiques en langue et en discipline sans connexions, associer langue et contenu, ou bien les dissocier ? La recherche n'a pas encore établi les véritables concepts sous-jacents à l'approche d'une DNL ou du CBLT (*Content-based language teaching*), celle d'un enseignement bilingue de disciplines (CBLE, *Content-based bilingual education*), ou celle des études intégrant langue et contenu (CLIC, classe intégrant langue et contenu) ou encore CLIL (*Content and language integrated learning*). La richesse des sigles rend compte de la richesse des approches et des contextes » (GEIGER-JAILLET, 2005, p. 83).

Etudions, à présent, de manière plus approfondie les arguments pour et/ou contre l'enseignement des mathématiques en tant que DNL.

I 1.3. Quelle(s) DNL choisir ? Arguments contre les mathématiques.

Une fois admis le bénéfice accordé à une discipline non linguistique, se pose la question du choix de celle(s)-ci. Cela dépend, certainement, de la manière de concevoir l'enseignement des langues étrangères. Si la conception est celle de la "langue du partenaire", les connaissances apportées par les DNL doivent relever des Sciences Humaines (Histoire-Géographie, Instruction Civique), où les liens avec la culture sont fort étroits (MÄSCH, 2000). C'est ainsi que l'histoire s'est imposée comme matière se déclinant, "par excellence", comme bénéfique en tant que DNL, puisqu'elle se montre "médiatrice" (dans le sens premier du terme) entre des cultures et des points de vue différents, permettant aux apprenants d'approfondir leur processus d'identification et d'augmenter leur culture générale : « *Geschichte ist das Fach, das die Totalität menschlichen Denkens und Handelns in spezifischen Zeit- und Raumbedingungen erfasst – insofern können die Lernenden in ihr Identifikationsprozesse üben, die sie in umfassendem Sinn gebildeter machen* » (SCHMIDT-SCHÖNBEIN/GOETZ/HOFFKNECHT, 1994, p. 8).

Ces arguments, plaidant en faveur du choix des DNL dans le champ des Sciences Humaines, ont également étayé le fait de ne pas l'ouvrir aux Sciences de la Nature, à la Physique/Chimie et/ou aux Mathématiques. Pour ces dernières, par exemple, un contre

argument réside dans les craintes de ne pas trouver de personnel enseignant compétent, pour l'enseignement des mathématiques en DNL. Ainsi, en Allemagne, où les enseignants sont bi- voire tri- valents, les mathématiques ont longtemps été écartées comme DNL, du fait de la non-combinaison, dans la double compétence des enseignants, des matières mathématiques-langues. La combinaison histoire-langues, par contre, y est très fréquente. Il était impensable que l'enseignant de langue prenne en charge le cours de mathématiques, sauf pour quelques activités très ponctuelles, intégrées à des séquences linguistiques : *« Die Lehrsituation an der Schule muss dergestalt sein, dass nicht der Sprachunterricht, sondern auch der spezifische Fachunterricht in der Fremdsprache qualifiziert und nach Maßgabe der Fachrichtlinien erteilt werden kann. Daher legt die Schulaufsicht Wert darauf, dass der Fachunterricht nur von Fachleuten unterrichtet wird, und nicht etwa fachfremd von Fremdsprachenlehrern »* (CHRIST, 1991, p. 23).

Un autre argument, contre les mathématiques en tant que DNL, réside dans la gestion des erreurs linguistiques des élèves pendant leur production orale et/ou écrite. Ainsi, quand l'élève s'exprime, il s'agit de ne pas interrompre le fil de sa pensée en le corrigeant linguistiquement, tant que l'idée mathématique n'est pas totalement formulée : *« Der Lehrer bzw. die Lehrerin muss der natürlichen Fehlerproduktion mit einem höchst subtilen und zurückhaltenden Korrekturverhalten begegnen. Fehler im bilingualen Sachunterricht sind anders zu werten als im Fremdsprachenunterricht, denn sie sind im Zusammenhang der fachlichen Kommunikation zu sehen »* (SCHMIDT-SCHÖNBEIN/GOETZ/HOFFKNECHT, 1994, p. 10).

Citons, pour illustrer le propos ci-dessus, un exemple tiré de mon expérience d'enseignante de mathématiques en section européenne (langue allemande). En réponse à la question, lors d'une séquence de travail, sur la nature des quadrilatères : *« Warum ist dieses Viereck ein Parallelogramm »*, combien de fois n'ai-je entendu : *« Weil die gegenüberliegenden Seiten sind parallel »*, traduction littérale du français : « parce que les côtés opposés sont parallèles ». Oserais-je dire que le verbe n'est jamais (ou si rarement) à la bonne place, quand l'élève produit à l'oral ou à l'écrit ? Est-il à craindre qu'une "ingérence corrective", pendant la production orale de l'élève, se fasse au détriment de la justesse des mathématiques ? La réflexion menée par notre groupe de recherche-formation, composé de professeurs de mathématiques et d'allemand, ainsi que des inspecteurs pédagogiques régionaux desdites matières, nous avait amenés à décider de n'interrompre

l'élève en aucun cas pendant sa production orale, tant que ce qu'il disait restait compréhensible mathématiquement, et de ne le corriger que par la suite. De même, de ne le sanctionner pour des erreurs linguistiques, à l'écrit, que si celles-ci nuisent à la compréhension des mathématiques. En quoi, pourtant, cette gestion des erreurs linguistiques serait-elle plus difficile à mener lors d'un cours de mathématiques que lors d'un cours d'histoire, par exemple, où la production orale d'un élève est, de par la nature de la matière même, certainement plus riche ?

Une des raisons, qui ont contribué à écarter les mathématiques en tant que DNL est la crainte inhérente à la difficulté intrinsèque de la matière. Pourquoi, en effet, vouloir augmenter encore les obstacles auxquels se heurtent nombre d'apprenants et ce, depuis l'aube des temps, dans une matière "réputée difficile", même enseignée en L1 ? Il est certain que l'élève, ayant des difficultés en mathématiques enseignées en L1, en rencontrera également quand elles deviendront une DNL, difficultés véhiculées alors par la matière au moins autant, voire davantage, que par la langue. Le même argument cependant, pourrait être apporté contre l'enseignement d'une autre matière en tant que DNL : il existe également beaucoup d'élèves rencontrant des difficultés en histoire. Pourtant, le bien-fondé de cette matière en tant que DNL a-t-il déjà été remis en question ?

Des études ont montré aux Etats-Unis, que des contrôles de mathématiques, en anglais, étaient apparemment difficiles pour des élèves dont la L1 était l'espagnol, études dont les effets furent atténués par d'autres où des élèves espagnols obtinrent des résultats similaires aux contrôles effectués en anglais et en espagnol. Se pose, là, très fortement la question de l'interaction entre langue et mathématiques ainsi que du rôle joué par les langues (aussi bien la L1 que la L2), dans l'évaluation de la réussite en mathématiques. Selon CUEVAS (1984, pp. 139-140), une attention particulière aux compétences nécessaires en L2 est requise, afin qu'un déficit à ce niveau-là ne soit pas préjudiciable à l'acquisition des compétences en mathématiques et que la résolution de problèmes mathématiques ne soit pas entravée par des déficits d'ordre langagier. Il faut également s'interroger et analyser soigneusement les fonctions langagières ainsi que le vocabulaire nécessaires dans un tel enseignement : « *There is, [...] a need for a mathematics curriculum that includes attention to the second-language skills required for achievement in mathematics. [...] some general guidelines for developing a notional/functional second-language-curriculum in an academic subject [are needed]. A careful analysis should be undertaken of the language*

functions and the subject-specific notions required in the curriculum. The vocabulary and language skills necessary to achieve the objectives should then be identified and incorporated into the teaching activities. »

L'acquisition des mathématiques exige une grande variété de compétences linguistiques, que les apprenants ne maîtrisent pas forcément en L2. De ce fait, il est important de développer la recherche dans l'interaction entre l'apprentissage en L2 et l'acquisition des mathématiques. Selon CLARKSON, les élèves, aussi bien monolingues que bilingues, passent nécessairement par cinq étapes lors de la résolution de problèmes mathématiques, étapes s'ordonnant de la manière suivante :

	CATEGORIES	STARTER STATEMENT
1)	Reading	Reading the question to me please. Leave out any words you don't know.
2)	Comprehension	Tell me what the question is asking you to find or to do. What does this (point to word or symbol) mean ?
3)	Transformation	Tell me what you will do to find the answer.
4)	Process Skill	Work out the problem and tell me what you are doing as you work.
5)	Encoding	Write down the answer here (point to the answer space).

Tableau 1 : Les 5 étapes nécessaires dans la résolution de problèmes mathématiques, d'après CLARKSON (1991b, p. 25).

Les mathématiques n'apparaîtraient pas non plus comme idéales pour le travail en groupe, propice à davantage de production orale de la part des apprenants, contrairement aux sciences humaines. Pourtant, plutôt que de dire, telle matière est "bonne" comme DNL, telle autre l'est moins (voire pas du tout), n'est-il pas plus juste d'envisager (comme cela se fait, entre autres, dans les classes bilingues en Alsace) la "co-existence" de deux matières, aussi différentes dans leurs "techniques de travail", que le sont l'histoire-géographie et les mathématiques ? Le facteur commun, entre ces deux disciplines, n'est-il pas dans l'utilisation, au cours de leur enseignement, de tableaux, de diagrammes et de statistiques, même si leur exploitation didactique ne se situe pas sur le même plan ? N'est-ce pas davantage la mise en place de l'enseignement en DNL, plutôt que le choix de la matière qui est à remettre en cause, partant de l'hypothèse que tout enseignement bilingue peut apporter un bénéfice cognitif à l'élève au lieu d'une surcharge pédagogique, à condition de

bien réfléchir à la mise en place et au fonctionnement de celui-ci ? Il n'y a donc aucune raison d'écarter les mathématiques, ni toute autre matière d'ailleurs. L'important n'est pas tant dans la matière choisie, que dans la réflexion et l'analyse didactique que l'on peut mener sur le langage ou les tournures linguistiques spécifiques, véhiculées par telle ou telle discipline. Ainsi, par exemple, en éducation physique et sportive, les consignes données aux élèves sont exprimées à la première personne du singulier et justifiées, afin qu'elles fassent sens : "J'enroule la corde autour de ma jambe, pour monter sans trop m'épuiser... ; je trotte en étant capable d'échanger quelques mots avec un camarade, pour tenir le temps de l'échauffement..." (Exemples cités par un professeur d'Education Physique et Sportive). Le langage mathématique, quant à lui, emploiera tantôt la forme infinitive dans les consignes écrites : "reproduire, tracer, effectuer ..." en langue française, tantôt la forme impérative dans les consignes orales. En langue allemande, la forme impérative est utilisée aussi bien pour les consignes écrites qu'orales : "*übertrage, zeichne, berechne,* " dans les "petites" classes (5. et 6. Klasse) comme dans les "grandes" classes (10. Klasse) : "*zerlege das Ereignis A., begründe am Einheitskreis...*". En outre, l'énoncé de propriétés mathématiques en allemand se fait, contrairement au français, la plupart du temps sous la forme passive. Ainsi, par exemple, pour exprimer la propriété disant que **la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et sur la soustraction**, on lit dans les manuels allemands *Punktrechnung wird vor Strichrechnung ausgeführt*. Nous reviendrons sur l'emploi fréquent de la forme passive en I 2.3. Spécificité du langage mathématique.

Chaque discipline travaillant dans le "champ linguistique" qui lui est propre, diversifier, au courant du cursus bilingue d'un élève, les matières enseignées en tant que DNL, ne permettrait-il pas d'activer la complémentarité de l'apport linguistique des différentes disciplines, pour un bénéfice cognitif encore plus riche ?

Intéressons-nous, à présent aux arguments plaçant pour les mathématiques en tant que DNL, en essayant de préciser, dans la mesure du possible, de "quelles mathématiques" il s'agit.

I 1.4. Pourquoi aussi les mathématiques ? Arguments pour quelles mathématiques ?

Personne ne niera les liens entre les sciences exactes (dont les mathématiques) et la culture, même s'ils ne sont probablement pas suffisamment étroits pour permettre à eux seuls la compréhension de l'identité culturelle du partenaire (MÄSCH, 2000). L'enseignement bilingue, ayant de plus en plus vocation à élargir et enrichir les compétences cognitives, scientifiques et culturelles, par la mise en relation de points de vue, par la confrontation de regards, d'approches et de formulations différentes, se tourne également vers les disciplines scientifiques. Tout le monde s'accorde à considérer que les ressources purement lexicales s'acquièrent sans difficultés particulières en DNL. Ceci est particulièrement à signaler en mathématiques où le vocabulaire et les expressions spécifiques sont réduits et constamment réemployés. Dans les classes assez entraînées, un débat contradictoire entre élèves peut s'engager en ne mobilisant qu'un vocabulaire modeste, et contribuer ainsi à la fois à la formation de l'esprit scientifique et à une pratique communicative de la langue.

De même, venant en antithèse de l'argument contre les mathématiques développé au paragraphe précédent, concernant la gestion des erreurs linguistiques des élèves, citons DONECKER (2004, p. 178), selon lequel les enseignants des DNL scientifiques, comme les sciences naturelles ou les mathématiques, rencontrent moins de problèmes linguistiques que leurs collègues historiens, par exemple : « *Naturwissenschaftler und Mathematiker haben offensichtlich im fremdsprachlichen Sachfachunterricht weniger fachsprachliche Probleme als, zum Beispiel, Historiker* ». Cela serait dû au langage international et neutre de ces disciplines, au fait qu'elles traitent, classent, ordonnent, interprètent et exploitent des informations par la formalisation en règles ou modélisations de systèmes, ayant leur langage spécifique propre : « *Internationale Fach- und Formelsprachstandards der Mathematik und der Naturwissenschaft erweisen sich dabei ebenso hilfreich wie methodische Kernstandards : das Verarbeiten von Informationen, das Ordnen und Klassifizieren, das Messen, Auswerten und Interpretieren, das Aufstellen von Regeln und Gesetzen, das Modelieren von Systemen lassen sich im Laufe des Unterrichts konkret mit Sprachfunktionen und Redemitteln verbinden* » (DONECKER, 2004, p. 178).

Annette SWEET constate, dans son article *Children need talk*, qu'utiliser le langage mathématique et sa structure logique est bénéfique pour toutes les autres disciplines : « *All this particularisation of his [the pupil's] language will inevitably help his language at the reading level, and the use of logical thinking will help him to bring to his reading more clarity of thought. He is having experience in anticipating questions, and in answering them ; he is*

seeing a train of thought, and he is talking, all of which must be an asset in his learning of other subjects » (SWEET, 1972, p. 42).

De plus, le fait est avéré que la motivation pour l'apprentissage d'une langue est toujours plus importante si celle-ci est un outil permettant de s'approprier un contenu disciplinaire et non une fin en soi. Il apparaîtrait même que, pendant un cours de mathématiques, un élève soit davantage sollicité pour s'exprimer oralement que pendant un cours de sciences humaines, comme l'exprime la citation suivante : « [...] *some mathematics teachers talk more than (some) social studies teacher, they ask more convergent questions, make more directing and descriptive statements, and elicit and reject fewer student responses. It is not clear, however, whether these differences arise from the nature of the subject or the traditional linguistic and teaching patterns adopted by mathematicians » (HOWSON/AUSTIN, 1980, p. 175).*

Le groupe de recherche-formation de notre académie, précédemment cité, avait cherché à répondre à la question : Pourquoi faire des mathématiques en allemand en section européenne ? Il avait noté que les bénéfices, que l'on pouvait en attendre et qui avaient déjà été largement constatés, étaient de plusieurs ordres.

Sur un plan pédagogique d'abord, les effets positifs constatés se situent dans une "remotivation" de l'élève pour la discipline scientifique, due au nouvel environnement qu'est un cours de mathématiques en allemand. Est apparue positivement aussi, une valorisation d'élèves, parfois en retrait en cours de mathématiques en français, mais qui trouvent dans les séances en langue étrangère des occasions de mettre leur savoir-faire langagier au service de la verbalisation de problèmes mathématiques.

J'ai pu constater cela, dans mes classes, quand une de mes élèves, dialectophone et faible en mathématiques, mettait du "cœur à l'ouvrage" et redoublait d'efforts quand le cours se déroulait en allemand car, plus à l'aise que les autres dans cette langue, elle se sentait à la hauteur des activités proposées, même si le contenu énoncé était mathématique.

PÖLZLEITNER et FLEISCHMANN relatent, dans leur article *Content Based Language Teaching at the Graz International Bilingual School*, une constatation analogue concernant des lycéennes, quelque peu effrayées par les matières scientifiques, et qui reprirent confiance en leurs capacités quand lesdites matières furent enseignées en anglais en tant que langue étrangère :

« We have seen the fascinating effects of this approach when dealing with science topics. Many students (especially girls) feel insecure dealing with science. When the same topic came up in the English class during the project on water, these girls lost all their anxiety about science and produced wonderful texts about their "water experiment" » (PÖLZLEITNER/FLEISCHMANN, 1994, p. 69).

Sur le plan des mathématiques, des activités de reprise, de prolongement et d'approfondissement ne peuvent être que bénéfiques aux élèves, et permettre une meilleure appropriation des outils mathématiques. La nature souvent concrète et imagée des termes spécifiques allemands permet de mieux faire percevoir, donc de mieux comprendre et, partant de là, de mémoriser les concepts, définitions et propriétés mathématiques, tels que les différentes figures géométriques.

Citons l'exemple du *gleichschenkliges Dreieck*, c'est à dire du triangle isocèle. Etant donné que l'être humain n'a que deux *Schenkel* (cuisses), ce terme représente donc un "triangle à cuisses égales", ayant par conséquent deux côtés de même longueur. Il semble, dès lors, difficile de confondre ce triangle avec le *gleichseitiges Dreieck*, le triangle équilatéral qui a lui, tous ses côtés égaux. Autre exemple encore : génération après génération, les élèves français, sauf exception, confondent les concepts géométriques représentés par les termes de médiatrice et de médiane, désignant respectivement "la droite qui coupe un segment perpendiculairement et en son milieu" et la "droite qui passe par le sommet d'un triangle et qui coupe le côté opposé en son milieu". Cette confusion n'est pas possible en langue allemande, puisque la médiatrice se désigne par *die Mittelsenkrechte*, terme composé du mot *Mittel* signifiant milieu et du mot *senkrecht* signifiant perpendiculaire. La médiane, quant à elle, s'intitule *die Seitenhalbierende*, littéralement "celle qui coupe le côté en son milieu" (ROLLI, 2005).

Lors d'une conférence en janvier 2005 sur "Cerveau et Langage", organisée par Neurex, un des réseaux en neurosciences les plus importants en Europe, M. COLINET (inspecteur pédagogique régional d'allemand dans l'académie de Strasbourg) exposa quelques aspects éducatifs du multilinguisme. Il développa d'abord l'idée qu'un des facteurs facilitant l'apprentissage des mathématiques en allemand était que la définition de la notion était contenue dans le libellé même du terme, avec les exemples que j'ai déjà évoqués. Il précisa cependant que (notes de l'auteur) : « Ne pas connaître le sens en français des racines des langues anciennes rend nécessaire la mémorisation de la définition. D'un côté, il y a un

caractère concret du terme, de l'autre une opacité du terme. L'explication est séduisante, j'en suis convaincu pour une bonne part. Il faut cependant nuancer cette explication dans la mesure où l'opacité du terme au départ peut être un atout puisqu'elle contraint l'élève, le locuteur, à mettre un contenu intellectuel dans le terme. »

Il est clair que les choses sont certainement à nuancer, même si on ne saurait nier qu'un atout à la DNL mathématiques est de mieux fixer les connaissances mathématiques, grâce à deux imprégnations linguistiques différentes. Citons, là aussi, un exemple tiré de mon expérience, dans une de mes classes de 4^{ème} de section européenne. Un contrôle donné en langue française ne précède pas, habituellement, l'étude de la même notion mathématique en langue allemande. Or, un jour, prise de court par des impératifs de date de conseils de classe, j'ai donné le contrôle sur les notions de droites remarquables dans un triangle, à savoir, hauteur, médiane, médiatrice et bissectrice, avant d'avoir étudié l'équivalent en allemand. A la fin du cours, où je leur ai fait découvrir ce thème en allemand, une très bonne élève est venue me trouver pour me dire : « Madame, si vous nous aviez fait ce cours avant de nous donner le contrôle en français, je n'aurais pas tout mélangé ! »

L'enseignement bilingue des mathématiques permet une autre approche scientifique, dont les différences peuvent être d'ordre culturel. L'élève a ainsi la possibilité de découvrir qu'un même objet mathématique peut se représenter par un symbole différent, d'un pays à l'autre (par exemple le symbole de l'angle droit) ou, au contraire, qu'une notation bien précise est utilisée au-delà de nos frontières, de manière internationale (par exemple la représentation d'un vecteur). D'autre part, certaines différences d'approche peuvent permettre une meilleure compréhension du concept mathématique. Ainsi, en Allemagne comme dans les autres pays anglo-saxons, les fractions dont le numérateur est supérieur au dénominateur, sont systématiquement décomposées en somme d'un entier et d'une fraction dont la valeur est inférieure à un entier. Cela permet de mieux appréhender le concept de fraction, comme étant une partie d'un entier. Je citerai un exemple pour éclairer mon propos : en France, on travaillera avec la fraction $\frac{7}{6}$ dont la valeur est supérieure à un entier. Or, si on la décompose on obtient :

$$\frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}, \text{ de même avec } \frac{43}{5} \text{ dont la décomposition donne } 8 + \frac{3}{5}.$$

En Allemagne, ces 2 fractions sont écrites sous forme de : $1\frac{1}{6}$ pour $\frac{7}{6}$ et de $8\frac{3}{5}$ pour $\frac{43}{5}$.

De même, le théorème appelé en France et dans d'autres pays latins "théorème de Thalès" correspond à ce que les mathématiciens allemands désignent par "*Strahlensatz*", alors que le "*Thalessatz*" allemand correspond, en France, à la propriété du "triangle rectangle inscriptible dans un demi-cercle". Il semblerait possible que Thalès ne soit pas l'inventeur du théorème qui porte son nom en France (ce serait plus vraisemblablement un de ses disciples...), mais aurait établi des connaissances sur les rapports des angles dans un triangle. Ledit "théorème de Thalès" pourrait aussi bien s'appeler "théorème d'Euclide".

L'intérêt pour l'élève résidera dans la manière dont l'enseignant tirera ou non profit de ces différences culturelles d'approche.

Sur le plan linguistique, le cours de mathématiques en allemand augmente le temps d'exposition des élèves à la langue ; il leur offre un espace supplémentaire de compréhension et de production. Par delà ce gain quantitatif commun à toutes les DNL, les mathématiques en allemand ont peut-être cette particularité que la fonctionnalité de la langue l'emporte largement, pour les élèves, sur ses aspects formels ; le faire y précède le dire ou l'accompagne, il pourra aussi le précéder (figures dites "téléphonées").

La situation et les activités mathématiques, à la fois riche de sens et dépourvue d'ambiguïtés, et la clarté impérieuse des consignes font que l'élève perçoit dans leur signification concrète les moyens linguistiques mis en œuvre, parfois en anticipation sur la progression en langue vivante, comme l'expression de l'hypothèse et de la déduction dans des propriétés énoncées sous la forme de "*Wenn... dann...*". Citons, en exemple, la propriété géométrique suivante : **Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle**. Elle s'énonce sous une forme, différenciant la "partie hypothèse" de la "partie conclusion", de la manière suivante : **Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle**, et en allemand : *Wenn ein Parallelogramm einen rechten Winkel hat, dann ist es ein Rechteck*.

Cette accessibilité dans la compréhension, le caractère délimité et le plus souvent prévisible des moyens linguistiques à mobiliser, la fréquence des occasions de réemploi sont autant d'atouts pour la production d'énoncés significatifs par les élèves : consignes de construction de figures (dès la classe de 6^{ème}), justification de propriétés (en classe de 5^{ème}). Plus tard, également, rédaction de démonstrations (fin de classe de 5^{ème} et suivantes).

Le langage mathématique vise nécessairement à la précision et à la concision, son élégance naît justement de son dépouillement. Il ne prétend pas jouer sur la richesse

sémantique et le chatolement des formes linguistiques mobilisées par d'autres DNL. Par rapport à elles, les différences culturelles, indéniables, d'approche et d'appréhension des phénomènes mathématiques, ne peuvent constituer un objectif pour les élèves ; tout au plus sont-elles perceptibles et exploitables par les professeurs et les spécialistes de cette science et de sa didactique. L'apport d'activités mathématiques en allemand réside plutôt dans des entraînements linguistiques accrus et une sensibilisation particulière au génie de la langue.

Se poser la question « Pourquoi faire des mathématiques en allemand ? » demande aussi de savoir « quelles mathématiques » sont à étudier en allemand (ou dans une autre langue) et sous quelles formes, de quelle manière, avec quels outils. Le groupe de langues et de mathématiques de l'Inspection Générale de l'Education Nationale s'est employé à répondre en partie à cette question dans un rapport, tout en approfondissant, en parallèle, le travail mené dans le groupe de recherche-formation de l'académie de Strasbourg. (L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES EN LANGUE ETRANGERE, 2005).

Inspirons-nous de ce rapport à partir des éléments applicables, également, à l'enseignement en classe bilingue de collège, ainsi que de mon expérience professionnelle, pour approfondir le choix des mathématiques en tant que discipline non linguistique. Ce choix représente un bénéfice pour les mathématiques, pour la langue, pour la culture ainsi que pour la poursuite des études et l'insertion professionnelle. Développons l'essentiel de ces arguments à présent.

1) Pour les mathématiques : la langue au service des mathématiques

L'attention des élèves est renforcée en mathématiques, par exemple lors de la lecture ou de la rédaction de textes écrits en langue étrangère.

La nécessaire compréhension des notions permet aux élèves de progresser (étude de schémas logiques au travers de la lecture d'un texte ou d'un énoncé).

Le fait de travailler des notions mathématiques sur un autre registre, en particulier le registre linguistique, avec des méthodes propres au pays, permet de les appréhender de différentes façons. Ainsi, dans les pays anglo-saxons, les fractions sont systématiquement décomposées en tant que **somme d'un entier et d'une fraction inférieure à la valeur 1**; d'autre part, en Allemagne, la classification des quadrilatères se fait selon **le nombre d'éléments nécessaires pour les construire**, alors qu'en France ils sont classés selon **leur nombre croissant de propriétés, du quadrilatère quelconque au carré** (cf. annexes p. 55).

Le côté imagé et immédiatement parlant de certains termes mathématiques donne plus de sens aux objets qu'ils désignent, et souvent la définition se trouve directement dans le mot. Ainsi, par exemples : *Durchmesser* en allemand pour **diamètre**, du verbe *durchmessen* signifiant "mesurer tout entier", **le diamètre étant parmi les différentes cordes d'un cercle celle qui a la plus grande longueur**,

de même *Hochwert* en allemand pour **ordonnée**, littéralement "la valeur du haut", les ordonnées se lisant sur l'axe vertical d'un repère,

ou encore *a-one-to-one function* en anglais pour une **bijection (application établissant entre les éléments de deux ensembles une correspondance telle, qu'à tout élément de l'ensemble de départ correspond exactement un élément dans l'ensemble d'arrivée et réciproquement)**.

L'élève, plus fort en langue vivante qu'en mathématiques, se sentira valorisé et gagnera en assurance.

L'enseignant, qui prépare son cours de façon double, est plus attentif dans sa démarche pédagogique en classe, à bien faire comprendre le but du problème posé, à reformuler autrement les questions, à créer le débat avec le groupe classe. En passant dans une autre langue, l'enseignant simplifie son propos, le clarifie, supprime les digressions et apprend à reformuler autrement. Le cours en devient plus efficace, plus épuré.

2) Pour la langue : les mathématiques au service de la langue

Le caractère universel des mathématiques permet l'étude des sujets les plus divers : l'histoire (par exemple, mathématiques dans l'antiquité), l'économie (traitement de données, statistiques), les probabilités et leur utilisation (en sciences de la vie et de la terre, en médecine, etc.), l'architecture (par exemple, le nombre d'or), l'astronomie, les nouvelles technologies,

Les mots et expressions spécifiques aux mathématiques sont réduits et simples à comprendre : un travail utile avec le professeur de langue sur des points particuliers (syntaxe, grammaire) peut se mettre en place.

La résolution de problèmes facilite les échanges et le débat.

Les nombres naturels ne sont pas entraînés comme une fin en soi, par simple répétition, mais sont naturellement utilisés dans les quatre opérations : addition, soustraction, multiplication et division, de manière très concrète (calculs de taux, de crédits et/ou de débits) ainsi que dans le domaine algébrique.

Avec des thèmes bien choisis (non théoriques et non techniques), une grande partie du temps peut être consacrée au développement de la compréhension, à la production orale et écrite en langue étrangère.

Les fonctions langagières et notions spécifiques (cause, conséquence) sont signifiantes parce qu'elles sont employées en situation. Les exemples ne manquent pas : la lecture des chiffres et des nombres, l'expression de l'infériorité et de la supériorité, les comparatifs et superlatifs, le raisonnement et l'argumentation (les mathématiques, en améliorant la qualité du raisonnement, aident à apporter plus de rigueur dans la lecture des consignes – afin d'avoir moins de réponses approximatives à la question posée – et permettent de structurer la pensée et donc l'argumentation dans les réponses), les conditions nécessaires "il faut que...", les conditions suffisantes "il suffit que...", les phrases interrogatives (structure des questions et utilisation des mots interrogatifs complexes tels "*how deep*" ou "*how often*" en anglais, "*Wie oft*" en allemand etc.), l'expression des conjectures "il semble que...", l'emploi de phrases en "si..., alors...", l'emploi des phrases complexes (avec des mots de liaison : "*if, as, since, therefore*" en anglais, "*da, deshalb*" en allemand etc.), la description d'objets géométriques, les instructions ordonnées relatives à des constructions géométriques, etc.

Ces fonctions langagières permettent aussi de véhiculer un vocabulaire concret et utile.

3) Pour la culture

Les problèmes de type concret sont choisis dans des ouvrages de la langue du partenaire et contribuent ainsi à faire découvrir des situations culturelles ou de la vie courante. Des exercices bien choisis, sur la proportionnalité, les pourcentages, les statistiques et les probabilités font appel à des données culturelles propres au pays concerné (unités de mesure, la monnaie, etc). Citons par exemple cet énoncé de calcul de pourcentage : *Im Jahre 1987, kam es in der Bundesrepublik Deutschland zu 325 000 Unfällen mit Personenschaden im Straßenverkehr. Davon wurden 18% durch zu schnelles Fahren und 5% durch Alkoholeinfluss verursacht. Wie viel der Unfälle kamen durch zu schnelles Fahren (durch Alkoholeinfluss) zustande ?* (LS7, p. 23)

L'étude de textes scientifiques en langue étrangère, de biographies de mathématiciens étrangers, et des visites de musée, d'expositions enrichissent la culture scientifique de l'élève.

La différence d'approche dans l'apprentissage des mathématiques, révélatrice de processus mentaux différents, contribue à élargir la perception du monde.

4) Pour la poursuite des études et la formation professionnelle

A l'heure où la mobilité des étudiants (études et stages à l'étranger, échanges) devient courante, avoir bénéficié d'un enseignement de mathématiques en langue étrangère représente une véritable plus-value pour ceux qui poursuivent des études scientifiques. Un des critères essentiels permettant le choix d'une DNL, réside certainement dans le fait de donner à l'apprentissage de la langue un "contenu concret" : « *Language may be more readily learnt in context-embedded situations than in context reduced [...]. Practical subjects" such as Biology and Chemistry are much more context-embedded, [...] there is a higher proportion of concrete rather than abstract concepts and language.* » (St JOHN, 1993, p. 8). Or les mathématiques peuvent entrer dans cette catégorie de disciplines puisqu'elles utilisent dans des résolutions de problèmes des outils concrets comme tableaux, diagrammes, ou graphiques, utiles également dans d'autres matières. Le langage mathématique constitue aussi une base pour le langage informatique.

De par leur caractère international, les contenus à maîtriser en mathématiques sont plus universels : « *In Biology [and as well in Mathematics] the core topics will be the same across nations, even if their sequencing is not* » (St JOHN, 1993, p. 8). La grande chance (oserais-je parler de "force" ?) de l'enseignement des mathématiques en tant que DNL ne réside-t-elle pas dans le fait qu'un même concept mathématique est identique partout dans le monde, quelle que soit la langue choisie pour le véhiculer ? Il convient néanmoins de nuancer cette affirmation puisque, comme nous l'avons déjà évoqué précédemment en citant l'exemple de l'écriture des fractions, des différences d'approche existent dans l'étude d'un même thème mathématique d'un pays à l'autre ou dans la manière de le concevoir et/ou de l'aborder. Citons encore un exemple intervenant dans la résolution de problèmes où il s'agit d'employer des unités. Ainsi, pour **calculer l'aire d'un rectangle de longueur 2,3 cm et de largeur 1,6 cm**, on écrira en France :

$$2,3 \times 1,6 = 3,68. \text{ L'aire du rectangle est de } 3,68 \text{ cm}^2.$$

et en Allemagne (où le signe de multiplication est symbolisé par un point) :

$$\text{Flächeninhalt des Rechtecks : } 2,3 \text{ cm} \bullet 1,6 \text{ cm} = (2,3 \bullet 1,6) = 3,68 \text{ cm}^2$$

Quel statut est donné aux fractions, ainsi qu'aux unités, dans ces deux différentes approches ? Ces différences d'approche sont-elles de l'ordre du "phénomène de surface" ou plus fondamentalement de l'ordre du concept mathématique ? La notion de concept mathématique sera approfondie en I 2.2. Langage courant et langage mathématique.

I 1.5. Où, et avec quels résultats, les mathématiques existent-elles en tant que DNL ?

Faisons un tour d'horizon à travers le monde pour découvrir où et, si possible, avec quels résultats, les mathématiques sont enseignées en tant que DNL.

La Turquie a autorisé, en 1977, l'enseignement des mathématiques, de la biologie, de la physique et de la chimie en tant que DNL (français) au lycée privé bilingue Tevfik Fikret d'Ankara. Le choix de ces disciplines a été le fait du législateur. Depuis la rentrée 1995, tous les élèves du cursus bilingue apprennent le français dès le CP et se familiarisent avec des activités de mathématiques et de sciences dans cette langue et selon la didactique française. L'inquiétude des parents et des élèves du lycée se manifeste, en fin d'études secondaires, pour l'entrée à l'Université, qui est soumise à un concours en langue turque privilégiant la rapidité et le volume des connaissances. Avoir étudié les DNL scientifiques en français et selon la didactique française peut s'avérer pénalisant pour les élèves, il faut donc les entraîner à ce type d'épreuve (principalement QCM), en rupture avec la démarche des DNL en français. Il a été constaté cependant que, si ces élèves-là ont parfois des difficultés à entrer à l'Université, une fois passée cette épreuve, ils sont comptés parmi les plus performants dans leurs études supérieures (BASÇAVUSOGLU, 2000).

Les disciplines scientifiques sont également choisies pour être enseignées en deux langues, en Europe centrale et au Sud-Est asiatique. Les évaluations font alors état de résultats supérieurs à la moyenne, sans que l'on puisse vraiment déterminer et séparer les facteurs responsables : est-ce dû à une attention plus soutenue parce que la langue de travail n'est pas la langue habituelle, à un accès plus direct à l'abstraction en utilisant la L2, forcément plus abstraite, ou au fait que les élèves bilingues sont plus "sérieux" et donc davantage préoccupés de leurs résultats scolaires ? (DUVERGER, 2000).

Les variantes de l'immersion à la canadienne ont fait l'objet de multiples comparaisons chiffrées : avoir fait des mathématiques, de l'histoire ou des sciences naturelles en français ne constitue pas un handicap pour le travail ultérieur, en anglais, de ces disciplines, ni pour la réussite en anglais même. On convient généralement que mathématiques et histoire n'ordonnent pas de la même manière les articulations entre langage et concepts. Dans chacune de ces disciplines, travailler en deux langues s'avère bénéfique, mais pas selon les mêmes voies. En mathématiques, il s'agit de formulations parallèles, posées comme strictement

équivalentes, renvoyant à des définitions, à des règles, à des démarches qui ne sont pas liées à une langue particulière mais requièrent mise en forme rigoureuse et conventionnelle pour leur expression dans un langage mathématique et une langue naturelle. Le recours à la L2 ou à l'interaction des deux langues aide à marquer la rigueur conventionnelle de la formulation, à mettre en évidence la transversalité des objets et des méthodes, à réduire les connotations qui affectent l'usage habituel de la L1, à souligner la structure profonde et unique des opérations et des raisonnements sous la relative diversité des rhéoriques et des opérateurs linguistiques de surface (COSTE, 2000).

L'enseignement bilingue dispensé dans l'académie de Bordeaux depuis 1983, et fonctionnant, comme en Alsace, sur le principe de précocité et de parité horaire pour les deux langues, devait faire ses preuves face au doute et à l'inquiétude des parents, voire des enseignants qui l'avaient choisi, notamment en mathématiques : les programmes pouvaient-ils être assimilés dans la seconde langue (le basque) aussi bien qu'en français ? Il a été établi que, les connaissances mathématiques étaient correctement transmises dans la seconde langue, et que l'attention accrue des enseignants à l'égard de l'obstacle linguistique dans la présentation des contenus disciplinaires aidait à leur conceptualisation. Les tests d'évaluation nationale, effectués auprès des élèves de CE2, montrèrent que les élèves bilingues réussissaient en moyenne plutôt mieux à l'ensemble des épreuves de mathématiques que les non-bilingues. Il convient cependant de relativiser ce constat, dans la mesure où le groupe des non-bilingues constituait un ensemble scolaire plus hétérogène que les bilingues, parmi lesquels ne se trouvait aucun enfant en difficulté scolaire. (Bilan d'étape de l'enseignement bilingue précoce, 1991/1994).

Dans l'évaluation scientifique des expériences fribourgeoises de Villars-sur-Glâne et de Morat (Suisse), effectuée en 1994/1995 et concernant l'enseignement d'une langue seconde à l'école enfantine, on constate aussi, en fin d'école primaire, une certaine supériorité des enfants issus de programmes bilingues dans le domaine des mathématiques. Cette supériorité n'apparaît, cependant, que lorsque l'immersion a été précoce et intensive (GURTNER/MONNARD/TIECHE-CHRISTINAT, 1996).

De même, le rapport final de l'évaluation de l'enseignement bilingue en Valais (Suisse) nous dit que les connaissances en mathématiques des élèves des classes bilingues ne semblent pas lésées par un enseignement en langue seconde, les élèves des classes bilingues ayant

obtenu des résultats satisfaisants aux épreuves de mathématiques en allemand du Haut-Valais, très proches en 2002-2003 des résultats obtenus par les élèves de classes témoins (SCHWOB/DEMIERRE-WAGNER, 2004).

Les effets du bilinguisme se feraient sentir en mathématiques, également, à l'école primaire de la rue de Tanger à Paris, où les élèves des classes bilingues paritaires franco-arabes ont un taux de réussite supérieur de 15 % (PORCHER, GROUX, 1998). Cette école a installé un bilinguisme scolaire, avec deux langues n'ayant pas le même statut. En effet, pour les enfants de migrants, issus d'un milieu socio-économique et culturel différent, la langue parlée à la maison n'est souvent considérée que comme dialecte, ce qui est dévalorisant, même aux yeux des locuteurs natifs. Rendre un tel bilinguisme institutionnel permet de réaliser une forme d'égalité de statut entre une langue considérée comme "noble", le français, et la langue arabe, dévalorisée socialement. Notons que les effets positifs du bilinguisme se font sentir également en langue française, « ce qui tend à prouver que la maîtrise de la langue maternelle, pour les enfants d'origine maghrébine, permet l'acquisition plus rapide de la seconde langue » (GEIGER-JAILLET, 2005, p. 97).

En Allemagne, les mathématiques existent également en tant que DNL, bien que :

« *Die Fächer Mathematik, Kunst, Sport und Physik spielen (mit insgesamt 20 Klassen) auf der bilingualen "Bühne" eine sehr marginale Stellung* ». [...] « *Dies könnte damit zusammenhängen, dass bereits in der Entstehungszeit des bilingualen Unterrichts das Fach Erdkunde eine besondere Rolle spielte. Auch in der Literatur wird meist von der Geographie als **dem** bilingualen Sachfach schlechthingsprochen, vor allem aufgrund seiner vorgeblichen Anschaulichkeit* » (MENTZ, 2004, p. 130). Malgré leur position "marginale", des disciplines comme l'art, le sport, la biologie, la physique et les mathématiques donnent lieu à des expérimentations en tant que DNL dans des cursus bilingues allemand-italien, allemand-russe, allemand-espagnol ou allemand-hollandais, ainsi : « *Erstaunlicherweise gibt es im Kreis Viersen schon Mathematikunterricht auf Niederländisch, was andeutet, dass Mathematik für bilinguale Züge keineswegs ungeeignet ist* » (ARTH, 1996, p. 19).

Une autre expérimentation dans le cadre d'un "*bilinguales Modul*", où une partie des mathématiques est enseignée en langue espagnole, a été réalisée en avril 1998 dans un "*Gymnasium in Rheinland-Pfalz*". Quatre élèves d'une "*Klasse 10*", bilingues de par leur famille et parlant chez eux l'arménien, le macédoine, le polonais ou l'italien, obtinrent de

meilleurs résultats en mathématiques que leurs condisciples. Cette constatation n'est, cependant, statistiquement ni révélatrice ni représentative : « *Häusliche Zweisprachigkeit schien sich förderlich auf das bilinguale Modul auszuwirken : die vier Schülerinnen zeigten gegenüber ihren Mitschülern deutlich bessere Leistungen. Diese Aussage kann allerdings nicht im statistischen Sinne repräsentativ oder gar signifikant genannt werden* » (WEBER, 1999, p. 52).

Malgré des difficultés politiques et institutionnelles, des classes bilingues se sont mises en place en Macédoine, à partir de l'année 1997, dans le cadre d'un projet de relance de la langue française. Elles proposent un enseignement bilingue macédonien-français ou albanais-français dont l'orientation est principalement (mais non exclusivement) scientifique. La proportion y est progressivement accrue tout au long du cursus : ainsi en quatrième et dernière année de lycée, les élèves suivent quatre heures par mois de chacune des matières enseignées en français : mathématiques, physique, chimie, sciences de la vie et de la terre, littérature, histoire (MARKOVA/ETEMI, 2004).

Une recherche a été menée pendant une année scolaire, par MEDINA, sur des élèves espagnols aux Etats-Unis qui, ne maîtrisant pas parfaitement la langue anglaise, participèrent à un programme de *MBE (Maintenance Bilingual Education)*, programme qui dispensait un enseignement bilingue : espagnol (langue maternelle) - anglais (langue seconde). Il s'agissait de tester les compétences de lecture de textes en espagnol, ainsi que le niveau atteint en mathématiques. Les élèves, ayant suivi ce programme, obtinrent des résultats mathématiques nettement meilleurs que ceux qui suivirent une scolarité classique :

« *Obtained data indicate that both groups performed at or above the test's Texas norms for 11 of 12 grade cluster comparisons or either Spanish reading or Mathematics achievement* » (MEDINA, 1991, p. 100).

MEDINA cite encore (1991, p. 101) d'autres études longitudinales, donnant des résultats semblables : « *An emerging body of longitudinal evidence [...] demonstrated significant gains in the areas of reading and mathematics achievement resulting from the student's exposure to bilingual programs. [...] A recent study [...] reported significant benefits in mathematics achievement for 179 Mexican-American students participating in a bilingual education program.* »

La conclusion, apportée par ces différentes études, montre l'intérêt de l'enseignement des mathématiques en tant que DNL, puisqu'il augmente les capacités cognitives de l'apprenant.

Et qu'en est-il en Alsace ?

Au niveau de l'école primaire, les résultats des élèves bilingues ont été comparés plusieurs années de suite aux résultats nationaux de tous les élèves de l'enseignement régulier. Ces évaluations ne font pas apparaître de déficit chez les enfants bilingues par rapport aux enfants monolingues. Au contraire, ceci est « particulièrement éclairant en mathématiques. Les élèves bilingues y réussissent en général mieux et maîtrisent des compétences approfondies par rapport à leurs camarades de l'enseignement ordinaire. Ils se distinguent par leur réussite dans des types d'exercices plus difficiles, plus complexes, sollicitant la mise en relation de notions ou de savoir-faire différents. La nécessité, pour l'enseignant, d'expliquer davantage, de bien vérifier la compréhension des consignes, a pu ici se transformer en avantage » (MORGEN, 2000, p. 51).

L'analyse de la deuxième hypothèse de mon mémoire de maîtrise (ROLLI, 2005) avait permis de confirmer que l'élève bilingue de collège obtenait globalement de meilleurs résultats en mathématiques que l'élève monolingue, en se basant sur les constatations d'une majorité d'enseignants et sur les notes obtenues aux premières sessions du brevet des collèges des classes bilingues. Il n'a pas été possible, cependant de déterminer clairement les facteurs qui entraient en jeu :

- 1) sélection à l'entrée en site bilingue (élèves plus sérieux) ;
- 2) attention plus soutenue parce que la langue de travail n'est pas la langue habituelle ;
- 3) milieu socioprofessionnel des parents ;
- 4) investissement des parents ;
- 5) bilinguisme familial des enfants ;
- 6) et/ou une réunion de ces différents facteurs.

Pour entrer plus avant dans le sujet de ce nouveau mémoire, nous allons nous intéresser, à présent, à l'interaction entre la (les) langue(s) de l'enseignement et le langage mathématique.

I 2. Interaction entre langue et mathématiques

I 2.1. Langue, langage et mathématiques

De quels savoirs, de quelles connaissances dispose l'homme, s'il peut réaliser des performances aussi complexes que penser et parler ? Comment ces savoirs sont-ils organisés et représentés dans notre cerveau ? A quels processus cognitifs l'application de ces savoirs fait-elle appel ? Les savoirs mathématiques, quant à eux, peuvent être considérés comme un élargissement du langage humain, comme un système, codé par des symboles et des icônes.

La morphologie du langage mathématique ne diffère pas de celui du langage courant, puisque les règles grammaticales s'appliquent également au contexte mathématique. Citons, à titre d'exemple, la composition du pluriel de mots mathématiques allemands : *Prisma* au singulier (prisme) devenant *Prismen* (prismes) au pluriel, ou l'emploi de préfixes comme *Ko* dans *Kosinus*, ce préfixe provenant de l'abréviation de *Komplement* (complément), que l'on trouve dans l'expression *Komplementwinkel* (angles complémentaires, à savoir angles dont la somme des mesures vaut 90°). En effet, **le cosinus (racine latine) d'un angle est égal au sinus de l'angle qui lui est complémentaire.**

Quelle fonction remplit une langue ? Selon KLIX (1995), elle en remplit deux : une fonction communicative, au service de la compréhension et une fonction cognitive, permettant d'augmenter ses connaissances. Ces deux fonctions sont étroitement liées, spécialement en mathématiques, comme le montrent les deux théorèmes suivants :

- 1) Si dans un triangle rectangle, nous désignons par a et b les longueurs des deux côtés de l'angle droit et par c celle de l'hypoténuse, alors nous pouvons affirmer que $a^2 + b^2 = c^2$ (théorème de Pythagore).**
- 2) Tout nombre entier, naturel, impair, s'écrit sous la forme $2n + 1$, où n désigne un nombre entier naturel.**

Ces deux théorèmes contiennent des communiqués langagiers, pouvant être donnés par écrit ou par oral, ou encore représentés par une figure, comme dans le cas de Pythagore. Leur fonction cognitive est reconnaissable dans des termes comme **triangle, triangle rectangle, côté de l'angle droit, hypoténuse, nombre entier naturel, nombre impair**. Cette fonction cognitive permet d'augmenter les connaissances, certains concepts pouvant être implicitement contenus dans un énoncé de théorème. Ainsi, le fait de **dire qu'un**

quadrilatère ABCD donné est un parallélogramme fait référence à toutes les propriétés géométriques dudit quadrilatère à savoir, que **ses côtés opposés sont parallèles, de même longueur, que ses diagonales se coupent en leur milieu** etc. La fonction cognitive de la langue renvoie à deux aspects, le lien entre signifié et signifiant et le lien entre la langue, le langage et la pensée. Quand on dit que les mathématiques sont une langue, on pense à leur fonction cognitive, exprimant l'idée développée par GALILEI, sous forme de métaphore, qu'elles permettent de communiquer avec la nature :

« La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a glo occhi (io dico l'universo), ma non si puo intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne'quali è scritto. Egli è scritto in lingua mathematica, e i caraterri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, ... » (GALILEI, 1623, p 631, d'après MAIER/SCHWEIGER, 1999, p. 18). La philosophie serait ainsi transcrite dans le grand livre de l'Univers, qui s'offre en permanence à notre regard. Mais nous ne pouvons le comprendre que si nous en apprenons le langage mathématique, dans lequel il est écrit, nous permettant de nous familiariser avec des signes, comme triangles, cercles et autres figures géométriques. Une science étant caractérisée par son objet d'études, les méthodes qu'elle emploie en vue d'atteindre des objectifs précis, Galilée rejoint par son discours l'idée selon laquelle l'objet d'études de la science mathématique est le monde qui nous entoure et le langage employé permet de parler de la nature.

Parallèlement à la question : « qu'est-ce qu'une langue ? », se pose alors la question : « qu'est-ce que les mathématiques ? » L'enseignement des mathématiques, comme tout autre enseignement d'ailleurs, pose une série de questions. Qui enseigne et à qui ? Quoi ? Comment ? Pourquoi ?

Il doit exister des points communs entre les représentations personnelles que chaque mathématicien, chaque didacticien des mathématiques et chaque professeur de mathématiques se fait sur la question, sinon il serait impossible d'en parler. Les mathématiques s'enrichissent de problèmes, de méthodes et de concepts venant des autres sciences, créant de nouveaux concepts et de nouvelles théories fournissant matière à des applications diverses et variées, en interaction avec d'autres disciplines. Les mathématiques sont loin d'être l'affaire des seuls mathématiciens. On a besoin de mathématiques en biologie, comme en économie ou en physique. Il est important, à ce titre, que l'élève comprenne la signification des mathématiques comme vecteur d'une certaine forme de la culture dans la société, au même titre que la littérature, la musique, l'économie et la politique.

D'après HERSH (1995), une observation philosophique des mathématiques passe nécessairement par les questions suivantes :

- 1) De quoi parlent les mathématiques ?
- 2) Qu'est-ce qui différencie les mathématiques des autres sciences ?
- 3) Pourquoi existe-t-il à beaucoup d'égards, en mathématiques, une unanimité quasi universelle ?
- 4) Pourquoi les résultats mathématiques sont-ils indépendants du temps, du lieu, de la nationalité, de la race et du genre alors que, les mathématiques représentent un phénomène de société ?
- 5) L'infini existe-t-il ? Et si oui, sous quelle forme ?
- 6) Pourquoi les mathématiques pures s'avèrent-elles si souvent utiles, c'est à dire utilisables ?

Il est de notoriété publique que les mathématiques reposent sur des fondements logiques. Citons, en exemple cette phrase du langage courant : « S'il pleut pendant que je me promène, (alors) je vais me faire mouiller ! » Cette phrase peut être mise en parallèle avec toute propriété mathématique, exprimée sous la forme "Si..., alors..." : **Si un quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.**

Citons quelques énoncés mathématiques et étudions la forme sous laquelle ils sont donnés.

Considérons l'exercice suivant : **Une piscine circulaire a un diamètre de 4,2m et une hauteur de 95cm. Combien de m^3 d'eau sont nécessaires pour la remplir totalement ?** La première phrase de cet exercice est donnée sous une forme affirmative, décrivant une situation bien précise, la seconde, elle, est donnée sous la forme interrogative.

Un énoncé du type : **La formule permettant de calculer l'aire d'un cylindre est $\pi R^2 h$** est également donné sous forme affirmative (déclarative).

Examinons enfin l'exercice suivant : **Quelle quantité d'eau en litres faut-il pour remplir aux $\frac{3}{4}$ une piscine de forme parallélépipédique de hauteur 2,20m, de longueur 11m et de largeur 5,50m ? Donner d'abord un ordre de grandeur de la réponse !** La première phrase est interrogative mais contient, en substance, les éléments permettant de répondre à la question. La deuxième, elle, est une injonction.

Dans l'enseignement des mathématiques en tant que DNL, l'apprentissage de cette discipline se trouve étroitement lié à celui de la langue 2, vecteur et support de communication, ces deux matières se légitimant l'une, l'autre : « *Ohne Sprache können keine mathematische Begriffe erworben werden, umgekehrt kann über Mathematik viel Sprache gelernt werden, z. B. Begriffe und ihre Oberbegriffe ; Relationen wie mehr/weniger als, gleich viele wie, größer/kleiner als ; Lagebezeichnungen wie oben, unten, vorn, hinten ; Sprachstrukturen im Umgang mit Größen, z. B. beim Geld : Preis, Gesamtpreis, Rate, Anzahlung, Preisunterschied, Preisnachlass, usw., bei der Zeit : Wie spät ist es..., wie lange dauert... Abfahrt, Fahrzeit, Ankunft und vieles andere mehr.* » (ARTH, 1996, p. 50)

Des résultats d'analyses, effectuées dans des classes bilingues, se réfèrent à l'interaction entre la langue et les mathématiques, l'acquisition de la langue ainsi que, le bilinguisme et les compétences mathématiques acquises par les élèves. Bien que les recherches scientifiques n'aient pas vraiment pu, à ce jour, montrer en quoi résidait véritablement le lien entre la langue et la formation de la pensée, il est clair qu'il y a une influence entre les processus réflexifs et la langue :

« *The interest in the relationship between language and learning in general is not new. Some theorists (e.g. Whorf) have suggested that language determines and defines thought. Others (e.g. Piaget) have tended to accept only a limited effect of language on thought, [...]* » (CUEVAS, 1984, p. 136).

CUEVAS (1984, p. 137) reprend un modèle, conçu par CLARK (1974), montrant les différents rôles joués par la langue dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Ce modèle, représenté par le schéma qui suit (tableau 2), illustre les liens multiformes existant entre langue et apprentissage de concepts mathématiques : différentes activités linguistiques, permettant de mobiliser le processus d'acquisition de concepts et compétences relevant du domaine mathématique. Il l'explicite ainsi :

« *In the model, concepts are viewed as the result of the learner's experience, with language facilitating the learner's conceptual development through "discussion" and "instruction". These activities might take place in the learner's mother tongue or in a second language. Language is also applied to the content of mathematics in the "representation" of experience through diagrams and mathematical notation. The diagrams might be given a "description" or "discussion", and the notation might yield a "verbalization".* »

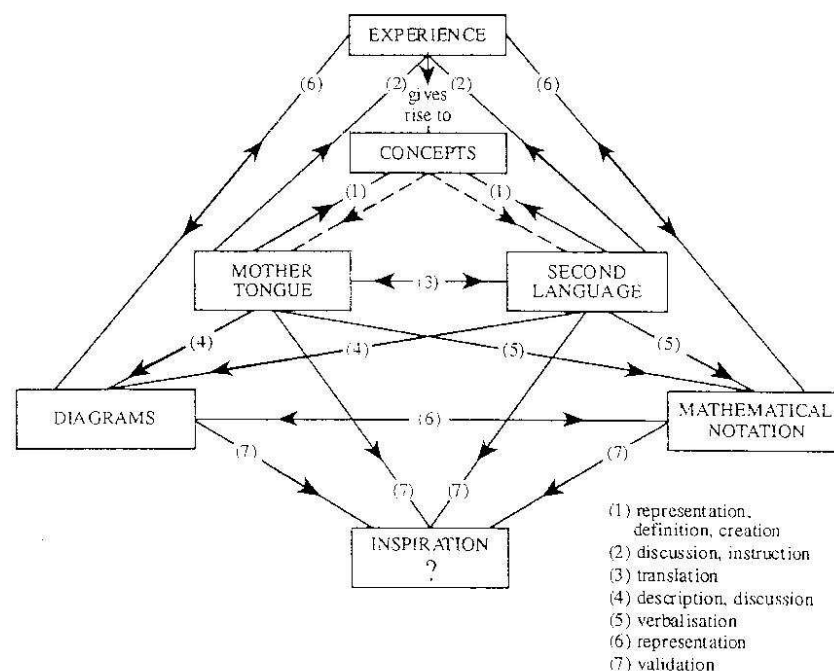


Tableau 2 : Schéma clarifiant le rôle de la langue dans le processus d'apprentissage de concepts mathématiques, d'après CLARK (1974).

Il est intéressant de noter que, selon ce schéma et le modèle qu'il véhicule, la langue maternelle est concernée au même titre que la langue 2 par la formation de concepts et l'apprentissage des mathématiques. Ce qui signifie que des notions acquises en L2 seraient transférables dans une sorte de "pot commun de connaissances", et peuvent être verbalisées, indifféremment en L1 ou en L2. Les connaissances mathématiques restent ainsi acquises par l'apprenant pour la conceptualisation de nouvelles notions mathématiques, peu importe dans quelle langue celles-ci auraient été transmises.

Dans l'enseignement des mathématiques en tant que DNL, l'apprentissage des mathématiques sera d'autant mieux maîtrisé que la L2 et notamment la possibilité de lire en L2 sera davantage assimilée, ainsi : « *Researchers have found high positive correlations [...] between mathematics achievement and reading ability [...]. The ability to read mathematics in a second language is obviously influenced by a variety of language skills. [There is] a positive correlation between mathematics achievement and second-language ability* » (CUEVAS, 1984, p. 138).

Cette étroite corrélation et interaction entre apprentissage d'une langue et acquisition des compétences en mathématiques est représentée par CUEVAS selon son modèle de *SLAMS* (*Second Language Approach to Mathematics Skills*) de la manière suivante :

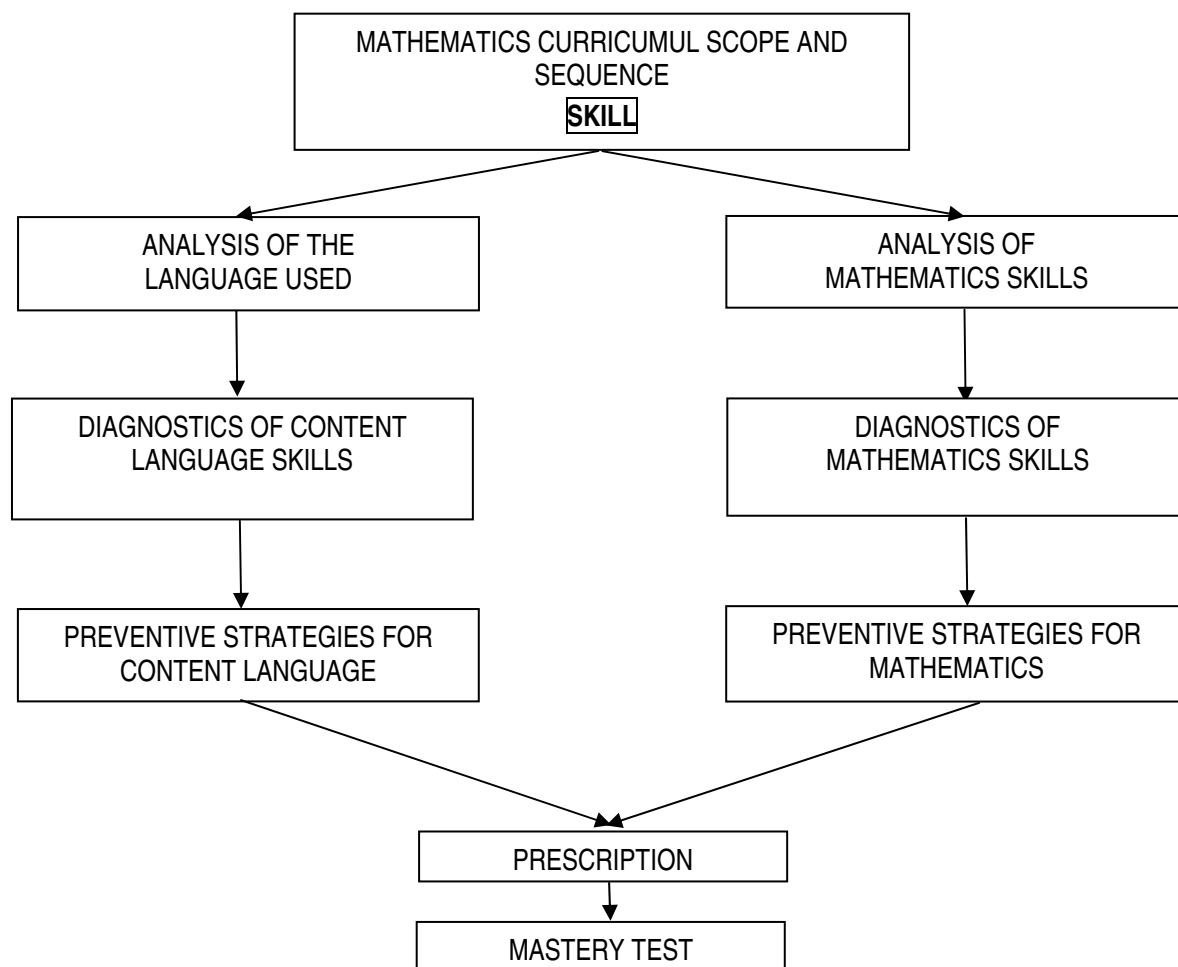


Tableau 3 : Schéma représentant le modèle de SLAMS,
d'après CUEVAS (1984, p. 141)

Le procédé d'acquisition de compétences mathématiques dans une langue seconde, illustré dans ce schéma, montre clairement que le cours doit rassembler à la fois la composante linguistique et la composante mathématique, ces deux composantes étant étroitement liées par la poursuite d'un objectif commun, l'assimilation de savoirs mathématiques :

« *The activities for each strand are based on instructional objectives from the curriculum used by the teacher. The content strand encompasses strategies for analyzing and diagnosing mathematics skills, followed by preventive or prescriptive activities. The language strand follows a parallel path. First, the language skills required by the instructional objectives are identified. Second, the teacher diagnoses the extent to which the students possess those skills. And third, the teacher designs and implements appropriate preventative or prescriptive language teaching activities.* »

I 2.2. Langage courant et langage mathématique

N'est-ce pas la résolution de problèmes qui caractérise l'activité mathématique, activité intellectuelle s'appuyant sur le langage quotidien ou langage "courant" et exigeant d'une part l'invention de méthodes ou procédés de résolution et d'autre part l'emploi de termes, concepts ou symboles construits à partir de la langue "naturelle" ? De cette langue "naturelle" naît progressivement une autre langue, propre aux mathématiques, avec sa terminologie, ses symboles et sa syntaxe spécifiques.

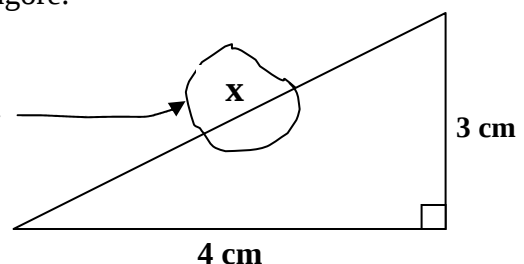
Mais se posent alors, dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, des problèmes de compréhension des objets et méthodes mathématiques engendrant inévitablement une panoplie d'erreurs plus ou moins tenaces, qui se répètent et deviennent des obstacles, quelquefois infranchissables, pouvant occasionner découragement et sentiment d'incapacité. Combien de fois m'est-il arrivé, en déclinant ma profession d'entendre ces mots d'adultes : « Ah, les mathématiques, je n'ai jamais su... je suis hermétique... » ou encore ces paroles d'élève : « Madame, vous, je vous aime bien, mais pas la matière que vous enseignez ! »

La compréhension du langage est certainement la condition première de succès face à un obstacle, face à une difficulté. Le premier exemple, illustré ci-dessous, a circulé en automne 2005 dans les boîtes électroniques des professeurs de mathématiques. Authentique ou non, il pose le problème du langage employé pendant un cours de mathématiques, avec tous les implicites qu'il véhicule. Il s'agissait de déterminer la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle, en se servant du théorème de Pythagore.

Problème posé :

Trouver x

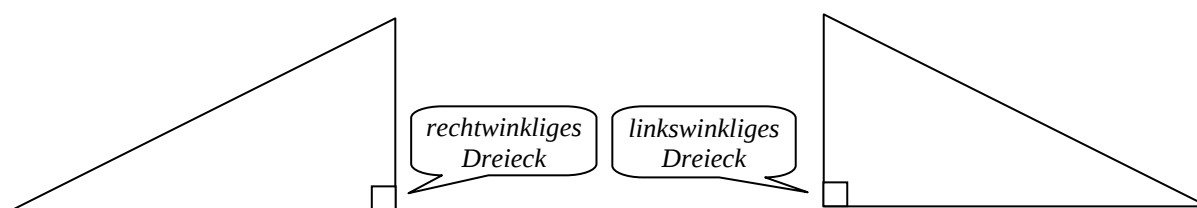
Il est là



On pense souvent, à tort, que les mathématiques utilisent un langage dépourvu de toute ambiguïté. L'exemple ci-dessus montre bien que cela est inexact. Quand on demande de **trouver x** , cela signifie **trouver la valeur de x** , et sous-entendu, implicitement, **en utilisant les propriétés de la figure**.

Mais où, au juste, résident la difficulté, les difficultés ? Une relation existe entre difficulté et langage courant, difficulté et langage mathématique. La difficulté ne peut être

surmontée tant que la précision du langage courant laisse à désirer et tant que les aspects linguistiques qui interviennent dans la compréhension d'une notion mathématique ne sont pas maîtrisés. Il s'agit d'identifier le degré de difficulté à la fois lexicale et/ou syntaxique, la part du concret et de l'abstrait. Les élèves doivent ainsi acquérir des connaissances mathématiques, ce qui ne sera possible que par assimilation de tout un contexte linguistique, quelle que soit la langue choisie comme "vecteur" d'enseignement. PIM (1987) cite l'erreur d'interprétation, due au langage courant allemand, du concept de *rechtwinkliges Dreieck* (triangle rectangle), erreur illustrée ainsi :



Selon MAIER et SCHWEIGER (1999, p. 122), l'adjectif *recht* a deux significations dans le langage courant : *rechtes Bein* (jambe droite), par opposition à *linkes Bein* (jambe gauche) et *auf rechte Weise* (de manière exacte). L'emploi de *recht* dans le sens d'"exact" est cependant assez restreint dans le langage courant, où on privilégiera plutôt le terme de *richtig* : *auf richtige Weise*. En géométrie, les termes de *rechts* et *links* servent à s'orienter, notamment dans un repère : *Rechtskoordinatensystem*, *Linkskoordinatensystem*, et l'adjectif *recht* s'emploie pour qualifier un angle droit : *ein rechter Winkel*. L'erreur pourrait sans doute être évitée, en introduisant une comparaison avec le terme de *aufrecht*, signifiant pour une figure "droit, vertical", et dans le langage courant "loyal, intègre".

Le langage mathématique diffère du langage courant de par sa spécificité, même si des liens existent, comme nous le verrons un peu plus loin : le discours mathématique ne dit pas qui l'énonce (il n'y a pas de dialogue), il ne dit pas le lieu où il s'énonce ni quand il s'énonce. Les noms et les objets mathématiques ont une seule définition, une seule signification, sans synonymes possibles ou sens approché.

Le langage mathématique est ainsi moins redondant et non connotatif. Les adjectifs y jouent un rôle important. Dire, par exemple, qu'**un triangle est rectangle** le définit d'emblée comme objet spécifique mathématique, ayant ses propriétés propres, et suppose également qu'**il existe des triangles qui ne sont pas rectangles**. Le langage mathématique exige également une grande rigidité syntaxique. La compréhension et l'utilisation adéquate des objets et méthodes mathématiques dépendent donc du degré de maîtrise de la langue courante,

d'abord, et de la langue mathématique, ensuite. Pour arriver à la signification, il faut obligatoirement passer par des explications explicites ou implicites, s'appuyant sur des définitions. Le problème de la signification est lié, nécessairement, au problème de la "culture générale", à la base de la langue courante.

Dans la mesure où la langue mathématique emploie les signes et les mots de la langue ordinaire, en leur ajoutant du sens ou en les transformant, il est encore plus important de rendre explicites les ressemblances des deux langues. Certains signes ou mots spécifiquement mathématiques, comme **parallélogramme** par exemple, sont cependant hors de la langue commune. Ils ne peuvent se comprendre comme des mots d'une langue étrangère, qui ne nécessiteraient alors qu'une traduction. Ce sont des signes ou des mots d'une langue savante, et les objets qu'ils désignent ne peuvent acquérir du sens qu'à partir d'un apprentissage spécifique et méthodiquement organisé. Ainsi, pour comprendre les mathématiques, il faut des explications avec des définitions préalables, présentées de façon appropriée.

Définir ou donner une définition, c'est procéder avec des termes supposés connus du lecteur ou de l'interlocuteur à la description d'un objet, d'une personne, d'une idée, d'un phénomène mathématique. En mathématiques, toute définition s'appuie sur des termes devant avoir été antérieurement définis. Pour que les mots "savants" prennent un sens et une place à côté des autres, il faut les "raccrocher", les associer, établir des relations à la fois entre eux et avec d'autres, qui sont dans la langue naturelle. Les trésors de l'étymologie apportent également des compléments au sens (MEDJBER, 2004).

Quand le développement des Sciences a connu un grand essor, des philosophes et savants, comme GALILEI, KEPLER ou LEIBNITZ, se rendant compte que le langage courant était insuffisant pour leurs travaux, car imprécis, illogique, pouvant comporter plusieurs significations, sources potentielles d'erreurs, créèrent un nouveau système langagier comportant symboles et icônes. Les mathématiciens sont loin d'être unanimes à considérer la langue, dans leur discipline, comme un simple moyen d'expression, dépourvu de toute autre importance. La recherche d'une langue claire, précise et non contradictoire, constitue pour certains une des nécessités fondamentales de la didactique des mathématiques. La langue, matière d'aucune discipline, est en fait la discipline de toutes les matières.

MANGOLD établit un tableau comparatif entre des expressions du langage courant et leur application en langage mathématique. A titre d'exemples, transcrivons-en quelques

extraits donnés en langue allemande, à la fois pour la pertinence des expressions intraduisibles mot à mot, et pour étayer notre recherche.

Verwendung in der Alltagssprache (application dans le langage courant)	Verwendung in der Fachsprache (application dans le langage mathématique)
Das Tuch liegt auf dem Tisch.	Der Punkt P liegt auf der Geraden g.
Der Vater geht durch den Wald.	Die Gerade g geht durch den Punkt P.
Jede Sache hat zwei Seiten .	Jedes Quadrat hat vier Seiten .
Ilse hat einen schönen Körper .	Der Würfel ist ein Körper .
Zucker lässt sich in Wasser aufösen .	Die Gleichung vom Typ $ax + b$ werden wir nach x aufösen .
Die Firma A stellt hochwertige Produkte her.	Das Produkt aus zwei negativen Zahlen ist positiv.

Tableau 4 : Retranscription d'expressions du langage courant en langage mathématique, d'après MANGOLD (1985, pp. 30-31).

Pour inventer un mot nouveau, le langage mathématique aura recours à trois possibilités :

- 1) redonner une nouvelle définition à un mot du langage courant, comme *das Produkt* (le produit) ou *die Ableitung* (la "déviation" dans le langage courant et la "dérivée" en langage mathématique) ;
- 2) créer un mot nouveau, spécifique aux mathématiques, par association d'autres mots préexistants, comme *Fünf-Eck* (littéralement "cinq coins", c'est à dire pentagone) ou *Mittel-Punkt* (centre d'un cercle ou milieu d'un segment) ;
- 3) utiliser des mots étrangers, comme *Basis* (base) ou *Kubikmeter* (mètre-cube).

La langue allemande dispose, comme la plupart des langues européennes, d'une "palette" relativement fournie de mots à l'usage des mathématiques, ce qui n'est pas le cas de certaines langues africaines, par exemple. Ainsi, en Ibo, la langue parlée à l'est du Nigeria, il manque des expressions pour désigner les figures géométriques usuelles. Le **cercle** est désigné par *ihe*

di gburugburu, ce qui signifie approximativement "quelque chose de rond" et le **triangle** par *ihe nwere akuku anu*, ce qui signifie "quelque chose avec trois côtés". Ne conviendrait-il pas de "fabriquer" de nouveaux mots, en Ibo, pour désigner ces objets mathématiques (MANGOLD, 1985, p. 35) ?

Une recherche sur une langue parlée au Kiswahili, autre pays africain, a montré l'emploi fréquent des suffixes *anya* (montez !) et *hasi* (descendez !). Il en résulte que *tatuanya* signifie "montez de trois", donc "plus trois", et *tatuhasi* "descendez de trois", donc "moins trois". On remarquera également que, par rapport au français et au symbolisme correspondant, à savoir " $+ 3$ " et " $- 3$ ", l'ordre est inversé, puisque *tatuanya* signifie, au sens littéral du terme, *tatu* (trois) - *anya* (montez), donc "de trois montez" (MAIER/SCHWEIGER, 1999, p. 71). Au Kiswahili, on utilise ainsi la logique polonaise inverse que l'on retrouve également dans certaines calculatrices HP des années 1980 (site internet Introduction à la notation polonaise inverse *RPN, Reverse Polish Notation*).

Pourtant, malgré ces différences, dans la conception et la fabrication des mots mathématiques, le langage mathématique garde une forme d'universalité. Il ressort d'un symposium sur les mathématiques, qui s'est déroulé en 1974 à Nairobi (NAIROBIREPORT, 1974, pp. 14-15), que :

« Mathematics itself is universal. Mathematicians, whether they are from Botswana, or Britain, or Burma, show a common frame of reference, expressed in a strongly formalised notation which is universally accepted. The languages in which they discuss mathematics may differ, but about the mathematics itself there is nearly total agreement ».

En outre, il a été constaté que les problèmes rencontrés dans l'enseignement des mathématiques étaient très semblables de par le monde, même si les conditions sociales et économiques nécessitent souvent d'avoir recours à des solutions différentes (MAIER/SCHWEIGER, 1999, p. 71 ; ACTES du colloque COPIRELEM, 2006).

Mais où résident, alors, les différences d'approche déjà évoquées dans la première partie de notre travail : est-ce au niveau d'un "phénomène" de surface ou dans la notion plus fondamentale de "concept mathématique" ? Examinons de manière plus approfondie ce que l'on entend par "concept mathématique".

D'après MAIER et SCHWEIGER (1999, pp. 74–75), les concepts mathématiques sont caractérisés par les liens existant entre objets, relations, opérations et structures mathématiques. Ces concepts se déclinent, selon l'âge et le niveau d'étude, en différents contenus d'enseignement :

1) des concepts arithmétiques, comme la notion de nombres, **nombres entiers**, **nombres rationnels**, des expressions : **est plus petit que**, **est plus grand que**, **est égal à**, des concepts opérationnels : **additionner**, **soustraire** et des concepts structurels tel le **système de numération** ;

2) des concepts algébriques, comme les **variables**, les **équations**, les **fonctions** ;

3) des concepts géométriques, comme la notion de **droite**, de **segment**, d'**angle**, de **triangle**, de **trapèze**, de **polygone**, d'**hypoténuse**, de **tangente**, de **bissectrice**, de **parallélisme**, de **perpendicularité**, de **symétrie axiale** ou **centrale** ;

4) des concepts stochastiques (utilisés en statistiques), comme la notion de **fréquence**, de **moyenne**, d'**écart-type**, la **théorie des probabilités** ;

5) des concepts analytiques, comme la **convergence**, la **dérivée**, le **calcul différentiel** ou **intégral** etc.

Parallèlement à ces différents concepts mathématiques, on trouvera aussi dans les contenus d'enseignement :

6) la nécessaire maîtrise de règles, propriétés ou théorèmes, comme des propriétés de calculs (**tables de multiplication**), les **règles de priorités opératoires**, les formules de **calculs sur les puissances**, le **théorème de Thalès** ou de **Pythagore** ;

7) la nécessaire maîtrise d'algorithmes, comme les procédés de **développement** ou de **factorisation**, les méthodes de **résolution d'équations**, de **représentations graphiques de fonctions**, de **constructions géométriques**, mais aussi les processus du **calcul vectoriel**, **différentiel** et **intégral** etc.

On admettra bien volontiers qu'un langage aussi spécifique nécessite, au préalable, une bonne compréhension de la langue, facilitant l'acquisition des contenus mathématiques. Mais quelle importance revêt la langue maternelle (langue première) pour l'acquisition des mathématiques dans la transmission de ses différents concepts ? Selon CLARKSON (1991(a), p. 22) : « [...] *for migrant students, competence in their native tongue (L1) is important for their success in mathematical reasoning. There have been studies in mathematics that did see a positive side to bilingualism [...]. For example, L1 maintenance was reported by SKUTNABB-KANGAS and TOUKOMAA [...] as important for achievement in mathematics, even though the mathematics was taught in L2 for Finnish students who had moved to Sweden to live.* »

Nous reviendrons de manière plus approfondie sur les articulations nécessaires entre langue 1, langue 2 et mathématiques (ou plus généralement DNL en langue 2) en I 2.4.

I 2.3. Spécificité du langage mathématique : quelles mathématiques au service de quelle langue ?

Comme nous l'avions déjà noté, le langage mathématique est particulier, précis et non redondant : « *A mathematics register [...] can be defined as the meanings belonging to the natural language used in mathematics. A mathematics register is more precise than the natural language itself because the meanings of the terms are much narrower in scope. Mathematical terms give rise to an almost totally nonredundant and relatively unambiguous language* » (CUEVAS, 1984, p. 136).

Unique en son genre, il contient différentes composantes que nous pouvons classer de la manière suivante (notons que les exemples sont donnés en langue allemande pour davantage de cohérence avec le travail de recherche entrepris) :

1) des mots du langage courant, réinterprétés dans le contexte des mathématiques, comme *Punkt* (point), *Gerade* (droite), *Gitter* (repère), *Gruppe* (groupe), *Ebene* (champ), *Spalte* (colonne), *Bruch* (fraction), *Satz* (théorème), *Ableitung* (dérivée), *Wurzel* (racine) ;

2) des expressions spécifiques, comme *Quadrat über die Kathete* (carré d'un côté de l'angle droit) ou *größter gemeinsamer Teiler* (plus grand commun diviseur) ;

3) des termes créés par la combinaison de mots du langage courant, comme *Vieleck* (polygone) composé du mot *viel* (beaucoup) et du mot *Ecke* (coin), ou *Hochwert* (ordonnée), composé du mot *hoch* (haut) et du mot *Wert* (valeur) ;

4) des termes puisant leurs origines étymologiques dans les racines grecques ou latines, comme *Abszisse*, *Funktion*, *Koeffizient*, *Kosinus*, *Sinus* ;

5) des symboles ou icônes, comme les signes utilisés pour les quatre opérations ou le symbole permettant de coder un angle droit, ainsi que des tableaux et des schémas.

Certains mots étrangers, comme *Tangente* ou *Radius*, qui n'étaient utilisés à l'origine que dans le domaine mathématique, se trouvent progressivement, de par l'évolution des langues, intégrés dans un langage plus courant. En outre, certaines tournures ou locutions mathématiques ont trouvé une place dans le langage courant : ainsi entend-on souvent parler en politique « *vom größten gemeinsamen Teiler* » (**du plus grand diviseur commun**) (MANGOLD, 1985, p. 34).

Néanmoins, pour certains mots mathématiques, il peut y avoir confusion entre le sens qui leur est donné dans le langage courant et celui qui leur est attribué en langage spécifique.

Citons, pour illustrer ce propos, deux exemples, l'un en langue française, l'autre en langue allemande.

1) En français, le mot "hypothèse", signifie en langage courant, une idée, une supposition qu'il s'agira de vérifier alors qu'**en mathématiques sont nommées hypothèses toutes les données de l'énoncé, citées comme propositions initiales**, que l'on n'aura donc plus besoin de vérifier et sur quoi on va pouvoir se baser pour construire un raisonnement hypothético-déductif en vue de prouver ou de justifier un nouveau résultat : la "conclusion". En langue allemande, cette confusion de sens est sans doute moins importante, puisque les données de l'énoncé, que nous qualifions en France d'"hypothèses", sont indiquées par "*Gegeben*" (donné), et ce que l'on doit prouver est désigné par le terme "*Gesucht*" (cherché).

2) En allemand, le mot *Menge*, signifie en langage courant, une grande quantité, *eine Menge Leute* (une foule de personnes), alors qu'en mathématiques, il peut désigner **un ensemble ne comportant qu'un seul élément**, voire aucun s'il s'agit de **l'ensemble vide** : *die leere Menge*.

La maîtrise d'une langue naturelle et l'adaptation progressive au langage mathématique spécifique sont ainsi capitales pour la compréhension des mathématiques et leur emploi adéquat. Chaque concept mathématique se définit à partir d'autres, préalablement caractérisés, bien que quelques-uns d'entre eux ne se laissent définir que difficilement.

Comment définir, par exemple le concept de **point** ? Euclide le définit comme étant « **ce dont la partie est nulle** », c'est-à-dire qu'**un point n'a ni largeur, ni longueur, ni hauteur**. Sa dimension est donc **zéro**. Il forme un tout ; il est **indivisible**. Un point est alors un **élément premier**, un **constituant primitif**. Cette définition a de quoi nous surprendre, puisqu'elle se base sur une **négation**. En effet, « **un point est ce qui n'a pas de partie** » traduit la même idée. Nous pouvons le représenter par le signe du point, à savoir « **•** » Toutefois, bien qu'il soit considéré comme n'ayant pas d'épaisseur, nous le grossissons pour mieux le voir : « **••** ». Souvent, dans un souci de vision et pour marquer un point sur une figure, nous le représentons même par une croix : « **×** » (site internet TrigoFACILE). Dans le langage courant, un point a une certaine "consistance", ainsi "un point à l'horizon" est bien quelque chose de visible, même s'il est éloigné.

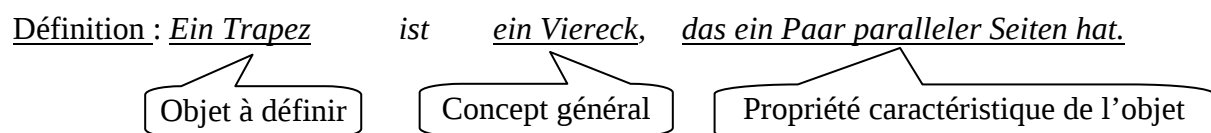
Les objets mathématiques sont de fait purement symboliques, ce sont des objets abstraits n'ayant pas de "consistance" réelle. Ainsi, certains objets géométriques de base comme **des droites, des cercles, des plans ou des sphères** peuvent nous rappeler des objets concrets :

une **droite** pourrait être un fil tendu ; un **cercle**, une roue de voiture ; un **plan**, une table ; une **sphère**, une balle de ping-pong. On se sert d'ailleurs de ces figures géométriques pour représenter (ce qui ne signifie pas reproduire), exactement des objets physiques. On assimilera ainsi la Terre à une boule. Pourtant, aucun des objets géométriques n'existe "pour de bon" dans la nature, ils ne sont pas de l'ordre du concret, possédant un caractère de perfection inconnu du monde réel. On ne découvrira jamais de "vraie" droite dans la nature, tout au plus une bonne "approximation", car une droite aura forcément des "défauts", incompatibles avec sa définition mathématique. Il faut noter la différence fondamentale de nature. D'un côté, une droite peut être un fil, pouvant se tendre ou se couper, ayant une certaine épaisseur, même si elle est minime, comme pour un fil de pêche, par exemple. De l'autre, une droite est une abstraction théorique, ayant ses propriétés intrinsèques : une droite peut être perpendiculaire ou sécante à une autre, par exemple. Si les objets géométriques symbolisent le réel, ils n'en sont pas réels pour autant. Dès qu'on cherche à les représenter concrètement, on aboutit à autre chose que le concept théorique.

D'après MAGNAN (1990), la confusion entre l'objet concret et le symbole mathématique est entretenue par le langage. Ainsi, au lieu de dire "traçons une droite avec une règle et un crayon", il serait plus juste de dire "tirons un trait droit", en réservant au mot "droite" son "usage" mathématique. Il est cependant impossible d'exiger que le langage opère constamment une telle distinction puisqu'il existe bel et bien un rapport, mais pas une identification, entre l'abstrait et le concret. L'écart, entre le symbolisme scientifique et le monde réel, se manifeste aussi quand on traduit, en langage concret, une opération abstraite. **L'opération "15 – 8"**, par exemple, exige un degré d'abstraction par rapport à une "situation-problème" du type : **un poirier porte 15 poires, il en tombe 8, combien en reste-t-il ?** Il n'est pas forcément évident de passer de l'image, bien réelle, du poirier dans son jardin potager, à la soustraction attendue, cette image ne relevant pas du même ordre ni du même degré d'abstraction que le processus opératoire.

Les concepts fondamentaux en mathématiques ne sont pas définis, mais caractérisés par des affirmations appelées axiomes. Par exemple : **Par deux points, il ne passe qu'une droite et une seule** (axiome d'Euclide).

Examinons, à présent, à travers un exemple en allemand donné par MANGOLD, la structure langagière d'une définition mathématique, constituée de trois parties : l'objet à définir, le concept général et la propriété caractéristique de l'objet.



Ces trois parties peuvent également être reliées à l'aide d'autres modèles syntaxiques :

Objet à définir	Verbe	Concept général	Propriété caractéristique de l'objet
Ein Trapez	ist	ein Viereck,	das ein Paar paralleler Seiten hat.
Unter einem Trapez	versteht man	ein Viereck	mit einem Paar paralleler Seiten.

Tableau 5 : Structure langagière d'une définition mathématique, d'après MANGOLD
(1985, pp.41–43)

Ces trois parties pourraient être ordonnées, également, de la manière suivante :

Concept général	Propriété caractéristique de l'objet	Verbe	Objet à définir
Ein Viereck,	das ein Paar paralleler Seiten hat,	ist ein/ heißt/ nennt man/ bezeichnet man als	Trapez.
Unter einem Viereck	mit einem Paar paralleler Seiten,	versteht man	ein Trapez.

Tableau 6 : Autre structure langagière d'une définition mathématique, d'après
MANGOLD (1985, pp. 41–43)

La formulation des propriétés caractéristiques d'un trapèze, en tant que quadrilatère particulier, remplit les conditions mathématiques suivantes :

- 1) contenir toutes les données nécessaires ;
- 2) ne pas indiquer de donnée inutile.

Le langage mathématique, pour formuler la définition d'un objet ou les propriétés d'une figure, a recours également à des concepts généraux "proches" ("*nahe*" *Oberbegriffe*) ou des concepts généraux "éloignés" ("*ferne*" *Oberbegriffe*).

La phrase suivante illustre un concept général "proche": *Ein Quadrat ist ein Rhombus (Raute) mit einem rechten Winkel* (**Un carré est un losange ayant un angle droit**).

Le carré, en tant que figure géométrique, peut se définir aussi à partir d'un concept général "éloigné" : *Ein Quadrat ist ein Viereck mit vier gleichlangen Seiten und einem rechten Winkel* (**Un carré est un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur et un angle droit**).

MANGOLD (1985, p. 48)

Dans la classification des quadrilatères, le carré est un losange particulier : il suffit d'ajouter un angle droit à un losange, pour qu'il en devienne carré, alors que pour aboutir à un carré en partant d'un quadrilatère quelconque, il est nécessaire d'avoir quatre côtés de la même longueur et un angle droit.

Notons aussi que, le langage mathématique utilise des structures déductives du langage courant et l'utilise dans un contexte mathématique, pour mener à bien une justification, par exemple. WEBER (1999, p. 52), dans son rapport relatant une expérience d'enseignement des mathématiques en espagnol dans un *Gymnasium* allemand de Rheinland-Pfalz, donne ainsi quelques exemples de structures particulières du langage courant souvent (mais non exclusivement) utilisées en mathématiques : *se trata de....* (on parle de...) ; *yo creo que...* (je crois que...) ; *mientras que...* (bien que...).

Ces structures déductives utilisent des connecteurs logiques, liens entretenant les idées entre elles dans un raisonnement hypothético-déductif et pouvant être explicites ou implicites. Ce raisonnement consiste en une suite de propositions, déduites les unes des autres, dans le but de justifier ou de prouver "quelque chose", à partir de propositions initiales, qualifiées "d'hypothèses" en mathématiques. Quelle que soit la nature de l'argumentation, il s'appuie sur une démarche logique et explicite. Donnons en exemple, cette affaire de vol que le détective

Ludo, appelé à la rescousse par M. Bruno, cherche à élucider sur la base d'un raisonnement mathématique : « *Herr Bruno und Detektiv Ludo.*

Herr Bruno erwartet Ludo, der einen Diebstahl aufklären soll. Herr Bruno beschuldigt seinen Nachbarn, dieser beteuert aber seine Unschuld. Grundlage für die Beschuldigung sind folgende Tatsachen : - das Geld ist verschwunden,

- eine Fensterscheibe ist zerbrochen,

- der Dieb ist durchs Fenster eingestiegen.

Herr Bruno denkt : das Geld ist weg, eine Scheibe ist zerbrochen,

also ist ein Dieb durchs Fenster eingestiegen/

weil ein Dieb durchs Fenster eingestiegen ist.

Weil das Geld weg ist und eine Scheibe zerbrochen ist, ist ein Dieb durchs Fenster eingestiegen.

Aber Ludo ist nicht einverstanden, weil die Glasscherben im Garten liegen. Die Überlegungen von Ludo zur Aufklärung des Falles :

Wenn der Dieb beim Eindringen ins Haus die Scheibe zerbrochen hätte,

dann wären die Glasscherben ins Innere des Zimmers gefallen,

aber

im Innern des Hauses sind keine Glasscherben, die liegen im Garten,

deshalb ist der Dieb nicht von außen eingestiegen. »

MANGOLD (1985, pp. 102-103).

Les connecteurs logiques, employés ci-dessus, *also*, *weil*, *wenn... dann...*, *aber*, *deshalb*, structurent le raisonnement et forme la "trame déductive" en établissant les liens nécessaires.

On trouvera en II 1.2., dans un répertoire fonctionnel établi par le groupe de recherche-formation de l'académie de Strasbourg, d'autres structures déductives en langue allemande, ainsi que les fonctions langagières, points de rencontre des deux disciplines : allemand et mathématiques.

Dans le choix des activités mathématiques à privilégier en DNL (cf. I 1.4. Pourquoi aussi les mathématiques ?), il importe de s'interroger sur le langage mathématique spécifique véhiculé à travers elles. D'autre part, se pose la question des connaissances et compétences préalables en L2 que cela exige de la part des élèves. Dans le domaine des "mathématiques scolaires", on pourrait classer le langage spécifique selon trois catégories :

1) Le langage des "consignes", par exemple : **tracer, construire, indiquer, recopier, justifier...** ; notons que dans la langue française, ces consignes sont données à l'infinitif alors qu'en langue allemande, elles sont exprimées à l'impératif : *zeichne, konstruiere, begründe...*

2) Le langage des faits et des situations, par exemple en français : **Nicolas a obtenu le tableau suivant sur un écran d'ordinateur** (Dimathème 6^{ème}, p. 71, ex. 20) ; **Christophe n'est pas un champion dans le calcul des divisions** (Dimathème 6^{ème}, p. 71, ex. 22) ; **Monsieur Archimède vend un terrain à Monsieur Euclide [...]. Le prix du mètre carré est 12 €** (Dimathème 6^{ème}, p. 233, ex. 47) ; ou encore en allemand : *Die Erde dreht sich täglich einmal um ihre Achse* (LS6, p. 43, ex. 17) ; *Herr Mall hat einen Bauplatz von 5,5 a. Er kann zunächst 1,2 a, später 2,25 a hinzukaufen, muss aber 40 m² für eine Straße abgeben* (LS6, p. 79, ex. 17) ; *Morgens geht Boris ¼ h zur Bushaltestelle und fährt dann mit dem Bus ½ h* (LS6, p. 102, ex. 22).

3) Le langage propre (spécifique) aux mathématiques, par exemple : **On donne la figure ci-dessous où les points A, O et C sont alignés** (Dimathème 6^{ème}, p. 209, ex. 21) ; **Quelle est la nature du triangle BCE ? Quelle est la longueur du segment [EB] ?** (Dimathème 6^{ème}, p. 250, ex. 26) ; ou encore en allemand : *Übertrage den Zahlenstrahl in dein Heft und bezeichne die Markierungen A, B, C mit den entsprechenden Brüchen* (LS6, p. 51, ex. 4) ; *Zeichne in einem Quadratgitter die Halbgeraden vom Punkt S(4/4) aus, durch die Punkte A(2/2), B(7/2) und C(5/7)* (LS6, p. 33, ex. 8).

Ce langage spécifique comporte la particularité d'être neuf et abstrait pour l'élève (au moins lors de sa première utilisation), puisque non rencontré dans le langage courant. Il contient en substance les objets ou concepts spécifiques aux mathématiques comme, dans les exemples ci-dessus : **points alignés ; segment ; triangle ; Zahlenstrahl ; Brüche ; Punkt ; Halbgeraden...**

Le langage des faits et des situations se "sert" du langage courant, pour décrire une situation donnée et fournir des informations qui serviront à résoudre l'activité mathématique proprement dite. Ce langage, que l'on rencontre essentiellement dans des "situations-problèmes", laisse beaucoup d'espace à la langue, utilise beaucoup de mots et d'expressions du langage courant, qui ne sont pas forcément liés à un contexte mathématique. Il est qualifié de « *Sprechsprache* » en allemand : « *Die Verständigung kommt nicht allein durch die Wortsprache zustande, sondern über weitere Informationsträger wie personale und deiktische Proformen, Tonfall und Gestus und die Situation. Die Wortsprache selbst [...] zeichnet sich*

durch einfache Strukturen, dialogische Sprechweise und elliptische Äußerungen aus. Man nennt diese Sprache die Sprechsprache (ARTH, 1996, p. 90).

L'emploi de la forme passive s'acquiert de manière naturelle en travaillant les mathématiques en tant que DNL allemand. Citons, pour illustrer ce propos, quelques propriétés mathématiques, tirées du domaine des activités numériques (Klasse 6) :

Jede natürliche Zahl, größer als 1, ist entweder eine Primzahl oder läßt sich aus Primzahlen durch Multiplikation herstellen (Tout nombre naturel supérieur à 1 est soit un nombre premier, soit décomposable en produit de nombres premiers) (LS6 p. 15).

Bei der Addition von Brüchen mit gleichen Nennern werden die Zähler addiert ; der gemeinsame Nenner wird beibehalten (Pour additionner des fractions de même dénominateur, on additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur) (LS6 p. 68).

Bei der Multiplikation von Brüchen wird Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert (Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux) (LS6 p. 82).

Punktrechnung wird vor Strichrechnung ausgeführt (La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction) (LS6 p. 95).

Autres exemples, tirés du domaine géométrique (MAIER/SCHWEIGER, 1999, p. 50) :

Ein Viereck mit gleichlangen Seiten wird Rhombus oder Raute genannt (Un quadrilatère, ayant des côtés de même longueur, est un losange).

Ein Dreieck wird durch die Angabe der Seitenlängen bestimmt (Un triangle est défini par la longueur de ses côtés). Cette propriété est exprimée dans la forme passive nommée "Vorgangspassiv-Form" mais peut aussi être énoncée en "Zustandspassiv-Form" : *ein Dreieck ist durch die Angabe der Seitenlängen bestimmt*. Dans la première forme passive, apparaît plus clairement la possibilité, l'immédiateté de la construction du triangle, donnant par là, un aspect plus interactif entre l'énoncé mathématique et un possible tracé de la figure à partir de la longueur de ses côtés.

La langue allemande n'est pas la seule à activer la forme passive dans les DNL scientifiques. Ainsi, en physique en langue anglaise, dans le lycée de Graz, les élèves « *use the passive voice in a very natural context* » (PÖLZLEITNER/FLEISCHMANN, 1994, p. 69).

Après avoir cerné d'un peu plus près la spécificité du langage mathématique, intéressons-nous, à présent, aux nécessaires articulations entre langue 1, langue 2 et DNL en langue 2.

I 2.4. Articulations entre langue 1, langue 2 et DNL en langue 2

Comme le soulignait CLARKSON (1991(a)), une bonne maîtrise en langue maternelle est nécessaire pour permettre l'acquisition de compétences mathématiques (cf. I 2.2.). Quel statut convient-il, dès lors, d'adopter en enseignement bilingue par rapport à la langue première ? Être compétent dans deux langues ne veut pas dire nécessairement l'être de la même manière. Pour l'enseignant qui dispense sa matière dans une langue étrangère, il convient de se demander à chaque instant si l'élève comprend ce qui lui est demandé. Cette question ne se pose pas (ou plus) de la même manière quand on enseigne dans la langue maternelle de l'élève parce que l'on pense, souvent à tort, que cela ne lui pose pas de problème de compréhension. Etudier les mathématiques, par exemple, dans une langue seconde oblige les apprenants à faire plus attention à la compréhension. Il n'est, cependant, pas nécessaire que l'enseignant bilingue possède la langue seconde parfaitement : le terme "bilingue" est certainement investi d'une exigence trop forte. Dans le cours de DNL, il n'est pas nécessaire de chercher à atteindre un niveau de sophistication très élevé. Il vaut mieux que l'enseignant privilégie la possibilité de rechercher, dans certaines situations didactiques, le terme ou la tournure la plus adéquate, de répéter et de savoir reformuler les phrases et leur contenu pour rendre plus aisée la compréhension, non seulement de la langue mais aussi du contenu mathématique. Cela lui demande une certaine souplesse vis-à-vis de la langue. Par son exemple, il donne à l'élève, un modèle de "l'individu bilingue" vers lequel on lui demande de tendre.

Il convient d'évoquer aussi l'attitude de l'enseignant dans ce qui est communément appelé le « *code-switching* » (ou alternance des codes), à savoir le passage d'une langue à une autre dans le cours de DNL. Ce phénomène est probablement inévitable de la part de l'élève, afin de lui permettre d'acquérir de nouvelles compétences et/ou de mieux appréhender un concept, qui peut n'avoir pas été saisi dans l'une ou l'autre langue. On a évalué longtemps les productions linguistiques des bilingues selon une norme unilingue, où les alternances de code (ou micro-alternances) apparaissaient comme une bizarrerie, jusqu'à ce que des sociolinguistes y reconnaissent enfin, à partir des années 1980, un phénomène important, prouvant l'aptitude d'un individu à passer rapidement d'un code à l'autre, d'une langue à l'autre.

LÜDI (1998, p. 10) cite en exemple les phrases suivantes : « Je suis vraiment trop *faul* pour sortir.» ou encore « [...] j'étais membre de la *Prüfungskommission* et président de la

Prüfungskommission pendant quatre ans, [...], maintenant je suis membre du *Kirchenrat*, vice-président du *Kirchenrat* ». Ces énoncés authentiques, prononcés par des personnes bilingues ont longtemps fait peur, le mélange de langues étant considéré comme irrecevable et honteux.

HAGEGE (1996, p. 239) cite, lui, cet exemple entendu chez les membres des communautés chicanos des Etats-Unis, exemple ayant inspiré un article dont le titre était : « *Sometimes I'll start a sentence in english, y termino en espanol : towards a typology of code-switching* ». Des recherches ont confirmé que, l'alternance des codes devait être tenue, chez les bilingues qui la pratiquent, comme « l'indice d'une haute compétence communicative dans chacune des deux langues » (HAGEGE, 1996, p. 239).

L'alternance de codes, si elle est basée sur un choix délibéré et pratiquée de manière consciente, peut être considérée comme un "style", permettant d'augmenter les ressources communicatives d'un individu et tirant profit des différents systèmes linguistiques. Il « s'agit alors d'une véritable stratégie communicative, en vertu de laquelle tous les moyens sont mis à contribution, de la phonétique au lexique en passant par la grammaire » (HAGEGE, 1996, p.240). Cette alternance présuppose une excellente maîtrise des langues impliquées et représente, par là, un critère de compétence bilingue.

Il s'agit néanmoins de pouvoir faire la distinction entre "alternance des codes" et "interférence", l'alternance relevant davantage d'un procédé conscient et intentionnel, alors que l'interférence serait plutôt due au « croisement involontaire entre deux langues » (HAGEGE, 1996, p. 239), dénotant l'acquisition incomplète de la seconde langue. Lors d'une de mes visites en classe bilingue, j'ai surpris un jour une conversation, en aparté, entre deux élèves à propos de "la nouvelle coiffure" d'un de leurs camarades de classe : « *Er hat sich die Haare geschnitten, und es wird de pire en pire !* » Dans ce cas précis, comment savoir si l'élève n'a pas eu recours au français parce que l'expression équivalente en allemand lui était inconnue ?

Selon GAJO (2001, p. 192) : « Il incombe à l'enseignant de distinguer, d'une part, les cas où la micro-alternance concourt réellement à la réalisation de la tâche et à l'élargissement des moyens linguistiques et, d'autre part, les cas où elle échappe au projet didactique. » Les enseignants tolèrent souvent le recours à l'usage de la langue 1 en cours de DNL, dans une sorte de résignation ou de « douleur didactique » (GAJO, 2000, p. 113) se rendant compte de l'utilité de la traduction, qui constitue parfois le moyen le plus rapide et le plus efficace de

continuer à travailler en langue seconde, tout en évitant d'accorder à cette stratégie un statut trop institué.

Qu'en est-il enfin de l'articulation nécessaire entre langue 1, langue 2 et DNL en langue 2 ? Celle-ci doit se faire de façon dynamique et progressive, évoluant avec le cursus et les rythmes d'apprentissage, sans pourtant remettre en cause la spécificité des disciplines, ni l'acquisition des savoirs fondamentaux. La structure de la langue 1, habituellement langue maternelle, conditionne l'apprentissage de la langue 2, mettant en exergue certaines difficultés et facilitant l'apprentissage de certaines structures. Une bonne maîtrise dans l'acquisition de cette langue 1 est la "clef d'apprentissage" pour la langue 2, voire de toute langue étudiée ultérieurement. La seconde langue ne doit pas s'acquérir au détriment de la langue maternelle mais bien en complément et avec l'aide de celle-ci. Il faut un "niveau seuil" de compétence en L1 pour que l'apprentissage en L2 se révèle bénéfique. Il s'agit d'accélérer les transferts possibles entre L1 et L2 et leurs cultures respectives car le contact, voire l'interaction entre les deux langues, est à la base même du bilinguisme. Pourtant, comme le souligne HANSE (2000, pp. 155–156) :

« Tisser des relations quotidiennes entre des univers où le découpage, la valeur et les effets des savoirs disciplinaires sont différents est une opération complexe où l'on doit s'efforcer de solliciter les référents culturels et linguistiques transmis en L1. [...] On "sait" toujours déjà quelque chose sur ce que l'on est en train d'apprendre. C'est généralement en L1 que cette vision "naturelle" s'est constituée, c'est en L1 que l'univers quotidien qui l'illustre et la valide est vécu. [...] Tout concept renvoie à des objets. Le regard critique, la formation du jugement trouveront à s'affirmer dans la rencontre avec le monde des valeurs et représentations culturelles de L1 ».

Le discours scientifique, bien qu'ayant une vocation universelle, se différenciera en fonction de pratiques ou valeurs culturelles bien définies. Ainsi, par exemple, « l'énergie nucléaire n'est pas perçue de la même façon de part et d'autre du Rhin et son étude scientifique, si elle repose bien sur des lois universelles, ne se heurtera pas au même type de résistance » (HANSE, 2000, p. 157). De plus, « les vécus représentatifs et axiologiques en L1 déterminent la façon dont le savoir scientifique se transmet. [...] Une pratique biculturelle de l'enseignement, appuyée sur des références croisées, bien maîtrisées en L1 et L2, génère une plus-value scientifique et cognitive qui se montre notamment dans une plus grande solidité dans la construction progressive des concepts, dans la qualité des outils, de l'architecture intellectuelle et la richesse de l'expérience qu'elle décrit et valide » (HANSE, 2000, p. 157).

Chaque discipline doit, en conséquence, s'approprier la spécificité de l'enseignement bilingue et ouvrir des pistes de réflexion demandant à être validées constamment par l'expérience.

Dans la partie pratique qui va suivre, nous allons nous efforcer de cerner, d'un peu plus près, cette spécificité des mathématiques, à partir de réalités observées sur le terrain de l'enseignement bilingue alsacien et, plus précisément, des cours de mathématiques en 6^{ème} bilingue. De par mon travail de formatrice en bilinguisme, j'ai eu l'opportunité d'enregistrer des cours en 6^{ème} bilingue. Une séquence d'activités géométriques (2h) et une autre d'activités numériques (1h), soit un total de 3h de cours, seront retranscrites (cf. annexes pp. 4-46). Ces retranscriptions seront mises en parallèle avec les consignes et structures langagières des chapitres correspondants du document de travail (cédérom), utilisé par les enseignants de sites bilingues.

Notre hypothèse générale de travail est la suivante : Apprendre les mathématiques en langue allemande dans les classes de collège apporte à l'élève un bénéfice cognitif sur le plan mathématique et linguistique, le langage mathématique se composant d'une partie de *Alltagssprache* (langage courant) et d'une partie de *Fachsprache* (langage spécifique). Pour la vérifier expérimentalement, nous étudierons la manière de communiquer du professeur et des élèves, la fréquence d'apparition de certains mots (langage courant et langage spécifique), une étude plus approfondie sur le comparatif et le superlatif, sur les verbes utilisés et sur le type de questions posées pendant un cours de mathématiques.

Nos hypothèses opérationnelles, spécifiques à l'hypothèse générale, sont :

1) Certains thèmes mathématiques permettent de travailler les formes grammaticales particulières du comparatif et du superlatif ;

2) Les mathématiques se prêtent à l'utilisation fréquente des différentes formes des verbes à particule séparable ;

3) Les verbes de modalité sont plus fréquemment employés à l'oral qu'à l'écrit ;

4) Les "Wie/Welche-Fragen" induisent des questions plus mathématiques : il semblerait également qu'elles soient, sauf exception, plus longues (contenant davantage de mots) que les autres, plus générales et "passe-partout", relevant davantage du discours de classe.

II CORPUS ECRIT ET ORAL

II 1. Outils d'analyse

II 1.1. Qui communique pendant un cours de mathématiques et comment ?

Le langage mathématique se différencie dans sa structure, selon qu'il est employé dans le cadre d'une communication verbale ou orale (en classe), d'un exposé (conférence) ou qu'il apparaît sous forme de texte écrit.

Dans le cas d'une communication verbale, l'enseignant (ou le conférencier) présuppose que les apprenants partagent avec lui toute une série d'accords et de conventions plus ou moins tacites et implicites, concernant le vocabulaire spécifique utilisé. Pour une meilleure transmission de son message, il pourra avoir recours d'une part au langage gestuel et/ou corporel. D'autre part, une interaction directe entre enseignant et enseigné est possible, les apprenants pouvant poser, en cas d'incompréhension, des questions en retour.

Le cas du texte écrit, dans le cadre scolaire, diffère selon qu'il s'agit des consignes du manuel donné à l'élève ou d'un exercice écrit au tableau.

Une première question se pose quand on cherche à analyser comment et quelle parole écrite et orale circule pendant un cours de mathématiques : Par qui cette parole est-elle véhiculée ? N'est-ce pas, en grande majorité, par le professeur ? Les élèves, cependant, participent également à cette production orale et écrite, production guidée à la fois par la parole de l'enseignant et par l'utilisation de matériaux et outils pédagogiques (médias), destinés à favoriser la transmission du langage et du contenu mathématique.

Selon MAIER et SCHWEIGER¹, pendant un cours de mathématiques :

L'enseignant	- explique les concepts, propriétés et théorèmes - clarifie la signification d'un symbole ou d'une manière de s'exprimer - définit un terme technique ou démontre un théorème - décrit un procédé ou un processus de résolution - formule les exercices et problèmes mathématiques
---------------------	--

¹ La classification qui suit est conforme à l'original, aucune explication n'y figurant quant aux raisons de séparer les fonctions de l'enseignant en trois parties distinctes ni celles de l'élève en deux parties. En ce qui concerne ce dernier, il me semble qu'une distinction est faite entre sa production orale et sa production écrite. Quant à l'enseignant, la dernière partie concerne également ses explications ou activités écrites, mais les deux premières englobent son activité orale. Peut-être, la distinction est-elle à faire entre un débat plus mathématique (1^{ère} partie) et un débat plus général (2^{ème} partie), non exclusif à l'enseignement des mathématiques ? [GR]

	- communique (notifie) les résultats
	- conduit le débat en classe par des questions, des impulsions et des instructions bien ciblées - confirme ou corrige les propos des élèves en les commentant - donne des instructions et des pistes de réflexion - résume les résultats des débats - dicte dans le cahier
	- étaye ses explications, définitions, démonstrations ou descriptions de modes opératoires, par des notes écrites au tableau ou sur un transparent de rétroprojecteur - transmet aux élèves des exercices ou des problèmes sous forme écrite : par exemple sous forme d'une feuille de consignes, d'exercices ou de problèmes, en vue d'un travail individuel, en partenariat ou en groupe à effectuer en classe ou en devoirs à la maison, avec utilisation éventuelle de l'ordinateur et/ou de la calculatrice
Les élèves	- répondent aux questions posées en classe - explicitent oralement la résolution d'un exercice - mènent les échanges et les débats avec un partenaire ou dans un groupe - communiquent des processus de résolutions et des résultats - décrivent des procédés de résolution - réitèrent des explications de concepts ou des démonstrations
	- prennent des notes dans le traitement des exercices et des problèmes - rendent compte par écrit des processus de résolution et des résultats - produisent eux-mêmes des énoncés d'exercices
Matériaux et outils pédagogiques (médias de l'enseignement)	- des énoncés d'exercices - des pistes pour trouver des solutions ou exemples d'exercices résolus - des phrases mnémotechniques ("pense-bête") - des explications - des logiciels informatiques en charge d'exercices d'apprentissage

Tableau 7 : Communication pendant un cours de mathématiques, traduit d'après (MAIER/SCHWEIGER, 1999, pp. 108–109).

Dans la pratique, les contributions verbales ne sauraient être caractérisées de "pur langage spécifique". Il s'agira bien davantage d'une forme de "langage courant", se spécialisant en fonction des niveaux d'enseignement et de la nature des concepts mathématiques destinés à être transmis. Il sera intéressant d'analyser le type et la nature du langage utilisé par l'enseignant et par l'élève, pour différencier plus clairement, la *Alltagssprache* de la *Fachsprache*.

II 1.2. Répertoire fonctionnel de la classe de mathématiques

Le groupe de recherche-formation, déjà cité précédemment, avait réfléchi sur l'interaction entre mathématiques et langue allemande et établi un répertoire fonctionnel de toutes les structures langagières spécifiques, comme points de rencontre des deux disciplines.

REPertoire FONctionnel EN MATHEMATIQUES.²

I.	Donner une consigne ou un conseil ; comprendre une consigne
II.	Désigner, identifier une figure
III.	Enoncer, rappeler une propriété d'une figure
IV.	Nommer une succession, les étapes d'une construction
V.	Exprimer une recherche, un questionnement
VI.	Demander une justification
VII.	Exprimer une cause
VIII.	Exprimer une déduction, une conséquence
IX.	Exprimer une finalité
X.	Exprimer une supposition
XI.	Exprimer une condition et sa conséquence

² Ce répertoire fonctionnel a été établi, en 1996, par le groupe de recherche-formation (formé de germanistes et de mathématiciens) de l'académie de Strasbourg, pour les classes des quatre niveaux du collège ainsi que, pour quelques classes de lycée, dont les élèves suivent la DNL mathématiques en section européenne.

Chacune des onze rubriques citées : donner une consigne, identifier une figure, exprimer une finalité, une supposition etc., correspond à une activité mathématique bien ciblée. Nous devrions ainsi pouvoir rattacher notre analyse des séquences de cours à l'une ou/et l'autre de ces rubriques. Pour davantage de clarté et de lisibilité, une liste plus exhaustive de ces fonctions langagières est donnée et détaillée ci-dessous.

I.	Donner une consigne ou un conseil ; comprendre une consigne
-----------	--

Dès la classe de 6^{ème} :

- zeichnet, zeichnen Sie zuerst... !
berechne, berechnet... !
konstruiere... !
- man berechnet zuerst..., zuerst zeichnet man..., zuerst zeichne ich...
man muss..., man soll..., man darf...
- wenn du ein Rechteck zeichnen willst, dann kannst du
darfst du | den Zirkel benutzen
sollst du
- der Taschenrechner ist verboten. Schriftlich berechnen ist auch nicht erlaubt.

En classe de 5^{ème} :

- du musst nicht nur..., sondern auch...

En classe de 4^{ème} :

- du darfst weder den Taschenrechner benutzen, noch schriftlich berechnen.
du musst sowohl..., als auch...

II.	Désigner, identifier une figure
------------	--

Dès la classe de 6^{ème} :

- das ist ein Dreieck
- man nennt das ein Dreieck
- das nennt man ein Dreieck

En classe de 5^{ème} :

- es handelt sich um ein Dreieck
- ein Viereck, in dem die gegenüberliegenden Seiten parallel sind, heißt Parallelogramm

En classe de 4^{ème} :

- ein Viereck, dessen gegenüberliegende Seiten parallel sind, heißt Parallelogramm.

III.	Enoncer, rappeler une propriété d'une figure
------	---

Dès la classe de 6^{ème} :

- Welches ist die Eigenschaft der Dreiecke ABM und AMC ? (welches sind die Eigenschaften...)

En classe de 5^{ème} :

- Bestimme die Eigenschaften der Dreiecke ABM und AMC.

En classe de 4^{ème} :

- ABC sei ein Dreieck,

Sei ein Dreieck ABC,	rechtwinklig bei (in) A.
M sei der Mittelpunkt der Seite [BC].	

IV.	Nommer une succession, les étapes d'une construction
-----	---

Dès la classe de 6^{ème} :

- | | | |
|-------------|------------------------------------|--------------------|
| • zuerst... | dann... | zuletzt... |
| | danach | <u>schließlich</u> |
| | anschießend (en 5 ^{ème}) | endlich |

- exemple de consignes données par le professeur :

« Zeichne/konstruiere mir bitte ein Dreieck ABC, gleichschenkelig bei (in) A (oder mit Basis [BC]) ! Benütze Zirkel und Lineal !

Die Seitenlängen sind : BC = 6 cm ; AB = 8 cm.

Erkläre dabei die Konstruktionsschritte ! »

- exemple de réponse (possible) d'élève :

« Zuerst zeichne ich die Strecke [BC], dann zeichne ich einen Kreisbogen um B mit dem Radius 8 cm ; danach einen Kreisbogen um C mit dem Radius 8 cm so, dass die beiden Kreisbögen sich in A schneiden ; schließlich verbinde ich die Punkte A und B, auch A und C. »

V.	Exprimer une recherche, un questionnement
----	--

Dès la classe de 6^{ème} :

Lehrer :

- warum...?
- was hältst Du davon...?
- was fällt Dir auf ?
- was bemerkst Du ?
- was stellst Du fest ?

Schüler :

- weil..., nämlich...
- Ich denke, dass...
- Ich glaube, dass...
- Ich möchte wissen, ob...
warum...,
wie...
- Ich verstehe nicht...

En classe de 5^{ème} :

- weshalb...?
- wie kommst Du darauf...?

VI.	Demander une justification
-----	-----------------------------------

Dès la classe de 6^{ème} :

- wieso warum ist das diese Figur ein Parallelogramm ?
- begründe Deine Antwort !
das musst Du aber begründen !

En classe de 5^{ème} :

- weshalb ist diese Figur ein Parallelogramm ?
- beweise es !
wie kommst Du zu diesem Schluss ?
darauf ?

VII.	Exprimer une cause
------	--------------------

Lehrer : « Wieso ist ABC ein rechtwinkliges Dreieck ? »

Schüler : « Es ist ein rechtwinkliges Dreieck,

- denn es hat einen rechten Winkel in A
- weil es einen rechten Winkel in A hat } **dès la classe de 6^{ème}**

- es hat nämlich einen rechten Winkel in A
- da es einen rechten Winkel in A hat. » } **en classe de 5^{ème}**

VIII.	Exprimer une déduction, une conséquence
-------	---

Dès la classe de 6^{ème} :

- das Dreieck hat drei gleich lange Seiten, also ist es ein gleichseitiges Dreieck.

En classe de 4^{ème} :

- ich zeichne ein Dreieck ABC, rechtwinklig in A. M sei der Mittelpunkt der Seite [BC]. Ich verbinde A und M. So erhalte ich
So erhält man zwei gleichschenklige Dreiecke AMB, und AMC, gleichschenklilig in M.

Das ergibt zwei gleichschenklige Dreiecke...

- ABCD ist ein Viereck. Seine Diagonalen halbieren sich.

Deshalb

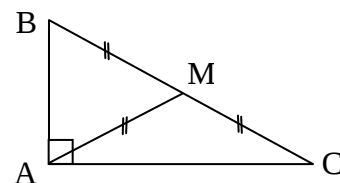
Deswegen

Daher

Darum

ist ein Parallelogramm.

- ♦ Lehrer : « In der nebenstehenden Figur gilt :
AM = BM = CM. Was kannst du daraus schließen ? »



- ♦ Schüler : « Nach den Voraussetzungen gilt : $AM = BM = CM$ und somit ist M der Mittelpunkt der Strecke [BC] und der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ;

• also
folglich
infolgedessen | ist ABC ein rechtwinkliges Dreieck in A. »

• daraus schließe ich, dass
daraus folgt, dass
das führt dazu, dass | ABC ein rechtwinkliges Dreieck in A ist. »

- ♦ Lehrer/Schüler :

• ABCD ist eine Raute mit einem rechten Winkel. Also
Folglich | ist es ein Quadrat.

• ABCD ist eine Raute. Da sie einen rechten Winkel hat, ist sie ein Quadrat.

• ABCD ist eine Raute. Dazu hat sie auch noch einen rechten Winkel. Also...

• ABCD ist eine Raute. Dabei ist zu beachten, dass sie einen rechten Winkel hat. Also...

IX.	Exprimer une finalité
-----	-----------------------

En classe de 4^{ème} :

• Um zu beweisen zu können, dass die Raute ABCD ein Quadrat ist, kann man zeigen, dass sie einen rechten Winkel hat.

• An der Tafel steht : $2 \times (3 + 4)$

♦ Lehrer : Wozu dienen die Klammern ?

♦ Schüler : Damit wir zuerst berechnen, was in Klammern steht.

X.	Exprimer une supposition
----	--------------------------

Pour les classes de second cycle (lycée) :

• Aussage/énoncé : $\rightarrow$ Beweise : Wenn $a > -1$, dann $\frac{2a}{(a+1)} < 2$

• Schüler : Nehmen wir an, dass

Angenommen, dass

Angenommen,

$\frac{2a}{(a+1)} < 2$ daraus ergibt sich : $0 < a < 2$

Folglich ist die gegebene Behauptung richtig.

XI.	Exprimer une condition et sa conséquence
------------	---

En classe de 4^{ème} :

- Wenn die Raute einen rechten Winkel hat, dann ist es ein Quadrat.
- Hat die Raute einen rechten Winkel hat, so ist es ein Quadrat.
- Ein Parallelogramm ist ein Rechteck genau dann, wenn die Diagonalen gleich lang sind.

II 1.3. Langage de groupe

Afin de nous permettre d'analyser les séquences de cours enregistrées, nous nous servirons, à la fois du tableau 7 donné en II 1.1., du répertoire fonctionnel cité en II 1. 2, ainsi que du langage de groupe qui suit. Ils seront mis en lien avec les consignes du document de travail fourni aux enseignants des classes bilingues de l'académie de Strasbourg (cédérom).

LANGAGE DE GROUPE.³

1. Kontaktsignale :

aha !
also !
bitte !
ach so !
ja aber !...

2. Anrede :

Bitte...
Entschuldigung...
Verzeihung...

3. Sich bedanken :

danke !
Vielen Dank !

4. Auf Danken reagieren :

bitte !
aber bitte !
nichts zu danken !
keine Ursache !
gern geschehen !
das ist doch selbstverständlich !

5. Aufschiebendes Versprechen :

Moment !
gleich !
sofort !
Augenblick, bitte !

³ Ce langage de groupe (discours de classe) a également été établi, en 1996, par le groupe de recherche-formation.

6. Einwilligen :

a) mit Begeisterung :

klar !
gern !
natürlich !
sicher !
selbstverständlich !

b) ohne Begeisterung :

warum nicht ?
wie Du meinst...
wie Sie meinen...
meinetwegen !...
von mir aus !...
ja dann !...

7. Nicht-Verstehen signalisieren :

bitte ?
wie bitte ?
das habe ich nicht verstanden
ich verstehe nicht, | was Sie meinen
| was Du meinst

bitte	langsam/deutlich
etwas	langsamer !
	deutlicher !
	lauter !

könnten Sie	etwas langsamer	sprechen, bitte ?
könntest Du	etwas lauter	
kannst Du	etwas deutlicher	

8. Um Hilfe bitten :

können	Sie mir bitte helfen ?	kannst	Du mir helfen, bitte ?
könnten		könntest	
würden		würdest	

Hilf mir, bitte !
Bitte, Ich hätte eine Frage : ...

Bitte !	ich brauche	Ihre Hilfe !
Entschuldigung		

Bitte ! Ich	möchte	Sie	etwas fragen : ...
	muss	Dich	

9. Zögern :

das weiß ich nicht so genau...
das muss ich mir überlegen...

10. Unfähigkeit ausdrücken :

ich kann nicht...
ich weiß nicht, wie...
da bin ich überfragt !

11. Unmöglichkeit ausdrücken :

unmöglich !
das geht nicht !
das geht leider nicht !
ich sehe keine Möglichkeit !

12. Möglichkeit ausdrücken :

möglich !
man könnte...
ich sehe einen Weg :...
das geht folgendermaßen :...

13. Um einen Rat bitten :

was macht man da am besten ?
wie macht man das am besten ?

was ist besser : soll ich..., oder soll ich....

meinen Sie, | ich soll... ?
meinst Du, |

wie würdest Du das machen ?

können Sie mir | einen Tip geben ?
| etwas nachhelfen ?

ist es besser, wenn ich... ?

14. Präferenz ausdrücken/vorschlagen :

ich würde das so machen :...
ich zeige Dir, wie das geht :...

Moment, ich erkläre Dir | wie...
| wo...
| was...

Du solltest vielleicht...
ich würde eher...
es wäre besser, wenn...

II 1.4. Formulation et reformulation d'énoncés

Afin de pouvoir analyser de manière plus pertinente les séquences de cours enregistrés, il est également important de se poser la question de la formulation et reformulation d'énoncés. Notre groupe de recherche-formation s'était, à ce propos, penché sur les questions suivantes :

- comment remédier aux difficultés linguistiques éprouvées par les intervenants, à la fois les professeurs et les élèves, afin de ne pas briser la continuité d'une activité et d'enseigner les mathématiques, malgré ces handicaps éventuels ?

- comment faire progresser les élèves tant sur le plan linguistique que mathématique ?

Pour répondre de manière concrète à cette double interrogation, nous allons étudier le cas de certains énoncés (ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES EN LANGUE ALLEMANDE, volume II, 1998, pp. 29-31), pour lesquels une reformulation peut s'avérer nécessaire.

1) Reformulation à l'écrit : consignes de travail destinées à la production d'énoncés

Premier cas

Exemple 1 (pour classes de 6^{ème} - 5^{ème})

Enoncé initial : *Gib die in Klammern angegebene Einheit an : 14 m² (dm²) ; 18 dm² (cm²)...*

Enoncés reformulés (plusieurs reformulations sont suggérées correspondant, à différents niveaux de difficulté) : - *Gib die Einheit an, die in Klammern ist ;*

- *Gib die Einheit an : sie ist in Klammern angegeben ;*

- *Gib die Einheit an : sie steht in Klammern.*

Exemple 2 (pour classes de 4^{ème} - 3^{ème})

Enoncé initial : *Wie groß ist die Seitenlänge eines Würfels, bei dem die Maßzahl der in dm² gemessenen Oberfläche gleich der Maßzahl des in dm³ gemessenen Rauminhalts ist ?*

Enoncés reformulés (deux reformulations sont à nouveau suggérées) :

- *Ein Würfel hat eine Kante (in dm) ; wir nennen sie x. Der Rauminhalt (in dm³) und die Maßzahl der Oberfläche (in dm²) sind gleich. Bestimme x.*

- *Sei x die Kante (in dm) eines Würfels. Die Maßzahl der Oberfläche (in dm²) gleicht der Maßzahl des Rauminhalts (in dm³). Bestimme x.*

Exemple 3 (pour classes de 4^{ème} - 3^{ème})

Enoncé initial : *Ein Quadrat Q1 hat einen um 10 % kleineren Flächeninhalt als ein Quadrat Q2. Um wie viel Prozent ist die Seite von Q1 kürzer als die Seite von Q2 ?*

Enoncés reformulés (deux reformulations sont encore suggérées) :

- *Der Flächeninhalt eines Quadrats Q1 ist 10 % kleiner als der Flächeninhalt eines Quadrats Q2. Um wie viel Prozent ist die Seite von Q1 kürzer als die Seite von Q2 ?*

- *Ein Quadrat Q1 hat einen Flächeninhalt der 10 % kleiner ist als der Flächeninhalt eines Quadrats Q2. Um wie viel Prozent ist die Seite von Q1 kürzer als die Seite von Q2 ?*

On déduit de ces trois exemples qu'il convient d'éviter autant que possible la proposition qualitative au bénéfice de phrases déclaratives simples. Certains énoncés, tirés de manuels en langue allemande, relèvent en France de la langue latinisée et exigent un découpage tel, que l'accès au sens mathématique devient très difficile, voire impossible. L'exemple 2 ci-dessus tient en une seule phrase, comportant deux propositions, intégrant une qualitative au génitif : *des in dm^3 gemessenen Rauminhalts*. Là où la langue allemande résume la totalité des données et question en une seule phrase, il convient de décomposer le problème en présentant les données d'abord et en posant la question ensuite. En effet, dans l'exemple proposé, le deuxième texte reformulé comporte trois propositions indépendantes. La première émet une hypothèse simple qui permet aussitôt d'appréhender l'aspect mathématique de l'exercice : *Sei x die Kante (in dm) eines Würfels* ; la deuxième précise cette hypothèse grâce à une comparaison : *Die Maßzahl der Oberfläche (in dm^2) gleicht der Maßzahl des Rauminhalts (in dm^3)* ; la troisième, enfin, annonce l'objectif de l'exercice : *Bestimme x* .

2) Reformulation en situation (à l'oral)

Il s'agit de remplacer un mot ou groupe de mots par la gestuelle. Citons, en exemple, cet exercice (niveau 5^{ème}), portant sur les conversions d'unités d'aires. Cet exercice est généralement bien maîtrisé en langue française, mais peut se révéler difficile en langue allemande par la multiplication des génitifs.

Enoncé : *Wandle $4 m^2$ in dm^2 und 7 a $58 m^2$ in m^2 um.*

On utilise, pour ce faire, le tableau de conversion suivant :

km ²		hm ² (ha)		dam ² (a)		m ²		dm ²		cm ²		mm ²		
Z	E	Z	E	Z	E	Z	E	Z	E	Z	E	Z	E	
							4	0	0					4 m ² = 400 dm ²
					7	5	8							7 a 58 m ² = 758 m ²

Tableau 8 : Conversion d'unités d'aires (outil utilisé en classe)

Activité initiale prévue : *Fülle die Tabelle aus !*

Question du professeur :

Wie machst Du das ?

Réponse "idéale" de l'élève :

Ich schreibe die 4 in die Spalte der Einer der Quadratmeter, usw.

Autre démarche possible :

Question du professeur :

Wohin schreibst Du die 4 ?

Réponse possible de l'élève :

Ich schreibe die 4 in diese Spalte.

On peut, bien entendu, pour plus de clarté, joindre le geste à la parole. Le professeur pourra cependant formuler un modèle complexe, les élèves assimilant des connaissances par induction, à force de répétition.

L'exemple ci-dessus montre à quel moment et comment le professeur peut intervenir pour débloquent la situation de façon très simple. De plus, il peut aider l'élève à trouver les mots clefs d'un énoncé après lecture de celui-ci, par exemple ici, le sens des initiales Z (*Zehner*) et E (*Einer*), représentées dans le tableau. Ces rappels mettent l'élève à l'aise et lui permettent de se trouver en situation de production.

Mais, quelle est la place de l'écrit par rapport à l'oral ? L'oral est réservé à la mise en train, à la mise en commun des connaissances, à une vérification de celles-ci et/ou à la reformulation d'un énoncé posé. La production écrite n'est, ensuite, que la continuité du travail oral, une sorte d'approfondissement de celui-ci. Elle conduit à une formulation plus précise, étalée dans le temps, et consiste en exercices faits en classe, en devoirs à la maison et en contrôles.

II 2. Analyse de deux chapitres du manuel de mathématiques utilisé en 6^{ème} bilingue

Les séquences de cours enregistrées en 6^{ème} bilingue et analysées en II 3. concernent, en activités géométriques, le calcul de longueurs et de périmètres (*Längenmessung und Umfang*) et, en activités numériques, le calcul sur les nombres en écritures fractionnaires (*Brüche*). Nous allons donc recenser, dans un premier temps, les structures langagières présentes dans les deux chapitres correspondant du document de travail mis à disposition des enseignants de mathématiques de collège de l'académie de Strasbourg sous forme de cédérom (PERRIN, ROLLI, 2004). Dans un second temps, nous essayerons de les analyser, d'abord séparément, puis en effectuant une comparaison entre les deux chapitres. Cela nous permettra d'effectuer, par la suite, le lien avec les séquences de cours enregistrées et analysées.

II 2.1. Analyse des structures langagières relevées dans le chapitre *Längenmessung und Umfang* du document de travail de 6^{ème} bilingue

Afin d'en faciliter l'analyse, le relevé des différentes structures langagières dans les deux chapitres est présenté sous forme de tableau, comportant les catégories suivantes :

- mots du langage courant classés par adjectifs, adverbes, conjonctions de coordination et de subordination, prépositions, pronoms indéfinis de quantités, pronoms numéraux ordinaux, verbes, expressions, noms communs de "choses" et noms de "concepts" ;
- expressions spécifiques aux mathématiques : en séparant le vocabulaire géométrique du vocabulaire numérique, les verbes et les adjectifs ;
- utilisation de comparatifs et superlatifs ;
- langage des faits et des situations ;
- consignes écrites ;
- questions posées ;
- propriétés mathématiques ;
- symboles utilisés ;
- formules mathématiques ;
- remarques sur d'autres parties de ces deux chapitres entrant difficilement dans l'une ou l'autre catégorie.

Mots du langage courant	- <u>adjectifs</u> : abgebildet (1)⁴; alt (5); andere (2); berühmt (1); breit (8); das-die-denselbe(n) (4); dick (4); entfernt (1); erwachsen (3); falsch (4); farbig (1); festgelegt (2); folgend (18); genauer (4); groß (12); halb (5); häufig (2); kreisförmig (3); lang (26); notwendig (1); rechteckig (3); richtig (2); schmal (1); übereinanderstehend (1); übrig (1); verschieden (11); - <u>adverbes et „autres“</u> : einmal (1); erstaunlich (2); früher (2); ganz genau (1); gerade (1); heute (2); hintereinander (2); immerhin (1); jetzt (1); jeweils (12); links (1); meistens (2); oft (3); öfters (1); schließlich (2); später (1); ungefähr (10); wohl (1); zuerst (3); zusammen (2); - <u>conjonctions de coordination et de subordination</u> : also (1); dagegen (1); dafür (3); damit (3); danach (5); deswegen (1); obwohl (1); trotzdem (1); - <u>prépositions</u> : durch (25); - <u>pronoms indéfinis de quantité</u>⁵ : beide (3); einige (3); manche (1); mehrere (2); viele (5); - <u>pronoms numériques ordinaux</u> : erste (2); zweite (3); - <u>verbes</u> : annehmen (2); anwenden (1); auseinanderrollen (1); ausstrecken (2); bauen (1); basteln (1); bedeuten (1); begrenzen (1); behalten (3); behaupten (1); benötigen (1); benutzen (2); bestellen (1); betragen (2); bezeichnen (2); sich drehen (1); drucken (1); sich einigen (1); einzäunen (1); entschlüsseln (1); erhalten (1); erreichen (1); fehlen (2); festlegen (3); feststellen (1); finden (3); geben (12); halten (4); heißen (3); helfen (2); jemandem gehören (1); kennen (1); knobeln (1); können (10); laufen (1); leben (1); legen (4); liegen (1); meinen (1); müssen (2); nennen (1); schätzen (4); schreiben (4); schützen (1); schwimmen (1); stellen (3); umfassen (1); umranden (1); verändern (1); vergleichen (3); vermeiden (2); verstärken (1); versuchen (1); verwenden (2); wählen (1); weiterarbeiten (2); zeichnen (14); - <u>expressions</u> : es gibt (4); es gab (2); gegeben ist (1); bei gegebenem (2); angegebene (3); so wohl... als auch (1); - <u>noms communs de „choses“</u> : Ameise (1); Äquator (1); Arm (5); Armbanduhr (1); Aufgabenheft (1); Baum (4); Bein (2); Bild (2); Bücherregal (1); Bürger einer Gemeinde (2); Computer (1); Draht (7); Erde (1); Erdkugel (1); Fahrrad (4); Figur (32); Finger (4); Garten (6); Gebäude (3); Gegenstand (2); Geldmünze (1); Grundstück (2); Hand (3); Hase (2); Haus (6); Hüfte (1); Hund (1); Kamel (2); Karton (1); Käseschachtel (1); Kind (3); Kirche (1); Klassenzimmer (1); Klebeband (2); Komma (2); Konservendose (1); Körperteil (1); Lauf (1); Lineal (5); Mannschaft (1); Mathematikbuch (1); Mathematiker (2); Mensch (3); Metall (2); Minutenzeiger (2); Modell (1); Mond (1); Person (1); Platte (2); Rad (2); Radiergummi (1); Rand (3); Regal (1); Reifen (1); Ring (1); Schnur (1); Schritt (2); Schuhe (1); Schule (1); Schulheft (1); Schulkamerad (1); Schultisch (2); Seefisch (1); Seite (29); Spitze (4); Stadt (4); Straße (1);
-------------------------	--

⁴ Ce nombre indique la fréquence d'apparition du mot dans l'ensemble du chapitre.

⁵ Ce relevé n'est pas exhaustif : ni les articles définis, *der*, *die*, *das* ou indéfinis *ein* (*kein*), et *eine* (*keine*) ni les prépositions (à l'exception de *durch*) n'ont été comptabilisés.

	Streichholz (1); Stück (3); Teich (1); Tor (4); Walhai (2); Zeichnung (2); Zeiger (7); Zwerggrundel (1); Weg (8); Welt (2); Weltrekord (1); Wohnwagen (1); Zaun (5); Zimmer (3); - <u>noms de „concepts“</u> : Angabe (2); Antwort (4); Aufgabe (30); Bedeutung (1); Bemerkung (1); Beispiel (11); Berechnung (2); Entfernung (4); Ergebnis (4); Exkursion (3); Fall (1); Frage (3); Geschichte (2); Größe (16); Hilfe (6); Hinweis (1); Höhe (5); Inch (7); Jahr (6); Jugendfußballspiel (1); Möglichkeit (4); Rechnung (1) ; Spalte (1) ; Spruch (1); Stelle (6); Streitigkeit (2); Stunde (2); Tag (1); Urlaub (1); Verhältnis (3); Vorsilbe (1); Weitsprung (1); Wert (2); Yard (5); Zeit (2);
Expressions spécifiques aux mathématiques	- <u>vocabulaire géométrique</u> : Dreieck (4); gleichseitiges Dreieck (1); Durchmesser (16); zusammengesetzte Figur (1); Fläche (4); Fünfeck (1); Kante (4); Koordinatensystem (1); Kreis (35); Kreisfläche (1); Kreisumfang (9); Peripherie (1); Punkt (3); Quader (1); Quadrat (16); Quadratseite (1); Radius (8); Radumdrehung (1); Rechteck (23); Rechteckseite (2); Strecke (17); Umfang (86); Vieleck (5); beliebiges Viereck (1); Würfel (4); - <u>vocabulaire numérique</u> : Breite (6); Daumenbreite (1); Fingerbreite (1); Handbreite (2); Dezimale (1); Einheit (24); Formel (4); Größe ; (4); Größenunterschied (1); Grundeinheit (2); Grundmaß (1); Kreiszahl (7); Länge (69); Längenangabe (1); Längenmaß (5); Längenmessung (3); Maß (2); Maßeinheit (8); Maßzahl (1); Meter (44); Näherung (1); Näherungswert (1); Quotient (3); Seitenlänge (11); Tabelle (6); Taschenrechner (1); Taste (1); Vergleichsgröße (3); Zahl (14); Ziffer (2); - <u>verbes</u> : addieren (2); berechnen (25); bestimmen (2); kennzeichnen (1) ; messen (30); nachmessen (1); rechnen (1); überprüfen (1); umwandeln (6); vergleichen (3); zurücklegen (1); - <u>expressions</u> : doppelt so lang (5); geteilt durch (3); gleich groß (1); gleich lang (2); - <u>adjectifs</u> : breit (5); deckungsgleich (1); gleich (4); halbiert (3); gleichseitig (1); kreisförmig (3); verdoppelt (3); verdreifacht (1);
Utilisation de comparatifs et superlatifs	- du bist größer geworden ; du bist dicker geworden ; - die Strecke ist länger ; die längeren Seiten sind doppelt so lang wie die kürzeren ; - die Zahl genauer zu berechnen ; die Zahl wurde näher bekannt ; - die kleinere Einheit ; - als älteste Näherung ; - der größte ist der Walhai - der größte lebende Mensch ; der kleinste lebende Erwachsene ; - der kürzeste Weg ; der längste Weg ; - die berühmteste Zahl der Welt ; - die dickste Eiche Europas ;
Langage des faits et des situations (exemples)	- der Japaner Kaneda druckte im Jahre 1988 mit dem Computer 201 326 000 Stellen von π aus ; - man wird die Kreiszahl π nie ganz genau kennen ; - Einheitslängen wurden an Gebäuden angebracht ;
Consignes écrites	- berechne (17); bestimme ; gib an ; kennzeichne ; miss ; schätze ; schreibe in mm ; vergleiche (6); zähle ; wandle in.. um ; zeichne ; zeige ; - begründe deine Antwort durch eine Rechnung ; - ergänze in deinem Heft ;

	- explique wie du gerechnet hast ; - fülle die Lücken aus ; - ordne der Größe nach ; - überprüfe durch Nachmessen ; - versuche zu antworten mit Hilfe einer Zeichnung
Questions posées	- hast du eine Idee, warum... ? - ist der Umfang so lang wie.... ? - kann das stimmen ? - kannst du mir dabei helfen ? - passt dieses Regal ins Zimmer ? - was denkst du über... ? - was bemerkst du ? - was meinst du davon ?
	- warum ist diese Berechnung so einfach ? - welchen Weg legt die Spitze zurück ? - welche Möglichkeiten hat sie ? - welche Strecke ist 3 cm lang ? - welche Strecke ist länger ? - wie groß ist der Umfang deines Schulheftes ? - wie kann man das vermeiden ? - wie konnte man die Länge dieser Stadtmauer feststellen ? - wie wurde diese Länge gemessen ? - wie lang ist eine Seite ? - wie lässt sich der Umfang eines Quadrats berechnen ? - wie viel cm Draht benötigt sie ? - wie viel Meter Zaun muss er kaufen ? - wie viel Meter Zaun werden gebraucht ?
Propriétés mathématiques	- willst du eine Größe genau bestimmen, so muss sie mit einer festgelegten Einheit verglichen werden ; - die Länge des Randes eines Vielecks nennt man Umfang. Um diesen Umfang zu berechnen, addiert man die Längen aller Seiten ; - der Umfang jedes Kreises lässt sich berechnen, wenn man den Durchmesser d oder den Radius r kennt ;
Symboles utilisés	- le nombre $\pi = \pi$; les unités de mesure = cm (m...) ; les signes d'opérations et les parenthèses
Formules mathématiques	- Umfang des Rechtecks = 2 mal (Länge + Breite) - Umfang des Quadrats = 4 mal Seitenlänge - Umfang des Kreises = $\pi \times \text{Durchmesser}$ oder $2 \times \pi \times \text{Radius}$ $= \pi \times d$ oder $2 \times \pi \times r$
Ce chapitre permet également une <u>approche historique concernant la découverte du nombre π</u> ainsi que l'invention des <u>unités de longueur</u>. Celles-ci montrent, en effet, <u>une différence culturelle</u> selon qu'il s'agit du système métrique (système décimal) en vigueur dans la plupart des pays européens ou des yards/miles et inches utilisés par exemple au Royaume Uni ou aux Etats-Unis. Dans ces derniers pays, la correspondance pour convertir les différentes unités de longueur entre elles, ne fonctionne pas selon un système décimal : on ne peut pas multiplier ou diviser par des multiples de 10. Ainsi le yard, qui avait été défini comme la longueur du bras du roi Henry Ier d'Angleterre, mesure environ 91 cm et 1 yard = 3 feet = 36 inches.	

Que peut-on remarquer en analysant ce relevé ?

Comme nous l'avions déjà évoqué dans la partie théorique, un certain nombre de mots, très souvent utilisés en mathématiques, ne sont nullement spécifiques à cette discipline. On peut les rencontrer dans le langage de tous les jours. Ainsi en est-il des verbes comme *bedeuten, bezeichnen, bestimmen, schätzen, vergleichen*, des noms comme *Beispiel, Ergebnis, Figur, Körper, Rechnung, Seite, Strecke, Spalte, Verhältnis, Wert, Zeichnung, Zeit*, un adjectif comme *gerade* et des pronoms numéraux ordinaux comme *erste, zweite*. Remarquons toutefois que *gerade* n'est pas exclusivement employé, dans ce chapitre, dans son sens mathématique (où il désigne le concept de droite, évoqué en I 2.3. Spécificité du langage mathématique), mais dans son sens plus courant de "tout juste" : *Sieben erwachsene Personen können den Baum mit ausgestreckten Armen gerade umfassen.*

Les mots différents du langage courant sont au nombre de 234, alors que les expressions spécifiques aux mathématiques sont au nombre de 77. Il y a donc environ 3 fois moins (3,03 fois plus précisément) de termes "typiquement mathématiques" : cela confirme que le langage mathématique ne peut exister sans langage naturel, vecteur de toute communication, vecteur de toute compréhension. Mais des mots spécifiquement mathématiques, comme *Umfang* (présent 86 fois), *Länge* (69 fois), *Meter* (44 fois), *Kreis* (35 fois), *Einheit* (24 fois) *Durchmesser* (16 fois) sont bien plus fréquemment utilisés que des mots d'un langage plus courant, comme, par exemple, *Klebeband* (2 fois) ou *Geschichte* (2 fois). Les mots apparaissant le plus fréquemment dans la rubrique du langage courant pourraient être nommés "mots mixtes" (c'est-à-dire utilisés à la fois en langage courant et en langage mathématique), comme *Figur* (32 fois), *Aufgabe* (30 fois) ou *Seite* (29 fois). Il est difficile d'ailleurs de les placer dans l'une ou l'autre catégorie.

Le comparatif et le superlatif sont utilisés fréquemment dans ce chapitre, ce qui s'explique par le thème étudié, nécessitant des comparaisons et des estimations en ce qui concerne les mesures de longueur. Le comparatif *größer* retrouve son contraire *kleiner*, de même pour *länger* et *kürzer*. Le superlatif *größte* retrouve son contraire *kleinste*, de même pour *längste* et *kürzeste*. Il semble que certains thèmes mathématiques permettent de travailler les formes grammaticales particulières du comparatif et du superlatif.

Concernant les formes d'utilisation des verbes : *berechnen*, par exemple, apparaît à 17 reprises à l'impératif (*berechne*) ; 5 fois à l'infinitif (*berechnen*) ; 2 fois au présent (*man berechnet*) et 1 fois au prétérit (*im 16. Jahrhundert berechnete der Mathematiker*). Le verbe *messen* apparaît 30 fois : 17 fois à l'infinitif et 13 fois à l'impératif : *miss*. Par contre, le verbe *meinen* n'apparaît qu'une seule fois et sous la forme d'une question interactive : *was meinst du davon*⁶ ?

Le verbe *geben*, très fréquent en langage courant, se retrouve à 12 reprises, dans des formes spécifiques à la matière : *es gibt, es gab, gegeben ist, bei gegebenem, die angegebene Länge*...donc toujours en mode passif.

Les verbes à particule séparable, comme *annehmen, anwenden, auseinanderrollen, ausstrecken, feststellen, umfassen, umranden, vorschlagen, weiterarbeiten*, sont donnés, certaines fois, à la forme active : *Wir nehmen an, dass... Du könntest annehmen, dass... Ich muss die Zahl π anwenden. Stelle die Flächengröße der Figuren fest. Wie konnte man die Länge dieser Stadtmauer feststellen ? Sie können umfassen. Er möchte den Gartenteich mit Platten umranden. Übungen zum Knobeln und Weiterarbeiten.*

D'autres exemples sont à la forme passive : *Die folgenden Kreise wurden auseinandergerollt. Sieben erwachsene Personen können den Baum mit ausgestreckten Armen gerade umfassen.*

Ne pourrait-on pas, dès lors, formuler l'hypothèse que les mathématiques se prêtent à l'utilisation fréquente des différentes formes des verbes à particule séparable ?

Les verbes de modalité activés sont : *können* (par 10 fois) et *müssen* (par 2 fois). Il pourrait être intéressant de comparer la fréquence d'apparition de ce type de verbes, entre le corpus écrit et le corpus oral, en posant l'hypothèse suivante : les verbes de modalité sont plus fréquemment employés à l'oral qu'à l'écrit.

Les consignes écrites sont données (comme nous l'avions déjà noté en I 2.3. Spécificité du langage mathématique) à la forme impérative : *bestimme, kennzeichne, schätze, erkläre wie du berechnet hast, usw.*

⁶ Structure langagière inexacte. Il faudrait dire : *was meinst (denkst) du darüber (dazu)* ou *was hältst du davon* ?

Les questions posées dans une activité ou un exercice/problème s'adressent, selon la nature de l'interrogation, directement à l'élève : *Hast du eine Idee ? Kannst du mir dabei helfen ? Was denkst du darüber ? Was bemerkst du ?* Cette manière de s'adresser à l'apprenant, comme s'il était en contact direct avec l'enseignant, alors qu'il se trouve en "tête à tête" avec un imprimé noir sur blanc, n'est-elle pas plus interactive que celle utilisée dans les manuels français, où l'emploi de l'infinitif et de questions plus impersonnelles est la norme habituelle ? Exemple (Dimathème 6^{ème}, p. 194) : **Indiquer la longueur du segment [BC] en expliquant la réponse** ou encore (Dimathème 6^{ème}, p. 201) : **Jean prétend que les angles suivants ont la même mesure. Mesurer ces angles au rapporteur. Jean a-t-il raison ?**

Les autres formulations de questions comme : *Welche Strecke ist länger ? Wie viel cm Draht benötigt sie ?* sont semblables à celles rencontrées dans nos manuels.

Notons, dans le tableau des structures langagières, une séparation dans la rubrique "Questions posées". Cette séparation s'est opérée entre les questions plus "générales", plus "passe-partout" comme : *Was bemerkst du ? Kann das stimmen ? Hast du eine Idee ?* et les questions commençant par *Welche* ou *Wie*.

On pourrait émettre l'hypothèse que les formulations en "Welche" ou "Wie" induisent des questions plus "mathématiques" : *Welchen Weg legt die Spitze des Minutenzeigers zurück ? Welche Strecke ist 3 cm lang ? Wie groß ist der Umfang deines Schulheftes ? Wie läßt sich der Umfang eines Quadrats berechnen ?*

Ces "Wie/Welche-Fragen" n'ont plus le caractère interactif s'adressant directement à l'interlocuteur-élève. Il semblerait également qu'elles soient, sauf exception, plus longues (contenant davantage de mots) que les autres, plus générales et "passe-partout". Nous essayerons de vérifier ces deux dernières hypothèses, à la fois au chapitre des activités numériques et dans le corpus oral, correspondant aux mêmes thèmes mathématiques.

Les trois propriétés mathématiques sont destinées à clarifier les données nécessaires, permettant d'appliquer les formules du calcul du périmètre d'un polygone quelconque, d'un rectangle, d'un carré et d'un cercle, ainsi que la nécessité d'effectuer les calculs dans des unités équivalentes (ne pas additionner de mètres avec des centimètres par exemple). Cette explication linguistique est au service de la compréhension mathématique.

Les formules mathématiques, quant à elles, relevant d'un degré d'abstraction plus grand, sont de l'ordre des moyens mnémotechniques. Ainsi, le fait de dire que *der Umfang jedes Kreises läßt sich berechnen, wenn man den Durchmesser d oder den Radius r kennt*, permet de comprendre que le diamètre ou/et le rayon (termes devant être au préalable bien définis, pour permettre la compréhension mathématique de la notion de périmètre) jouent un rôle primordial dans le calcul du périmètre du cercle.

Cela permet aussi de mémoriser, plus aisément, les formules :

$$\begin{aligned} \text{Umfang des Kreises} &= \pi \times \text{Durchmesser oder } 2 \times \pi \times \text{Radius} \\ &= \pi \times d \text{ oder } 2 \times \pi \times r \end{aligned}$$

L'approche historique concernant la découverte du nombre π fait partie de l'histoire des mathématiques, permettant à la fois un travail linguistique hors formalisation mathématique, tout en donnant du sens à un concept aussi important et utile, dans cette discipline, que le nombre π . Cette approche ne serait-elle pas favorable à un travail interdisciplinaire entre mathématiques et histoire, par exemple ?

II 2.2. Analyse des structures langagières relevées dans le chapitre *Brüche* du document de travail de 6^{ème} bilingue

Structures langagières relevées⁷ dans le chapitre
Brüche du document de travail de 6^{ème} bilingue pp. 4-1 à 4-16

Mots du langage courant	- adjectifs : abwesend (1)⁸; angrenzend (1); blau (1); echt (2); falsch (3); fehlend (2); folgend (14); ganz (2); gelb (1); gemeinsam (4); groß (13); grün (4); klug (3); lang (4); leicht (1); möglich (10); monatlich (1); natürlich (6); neu (3); obere (3); richtig (3); rot (3); solcher (2); teuflisch (1); übrig (4); umgekehrt (1); unecht (2); untere (2); verdoppelt (1); vermischt (1); verschieden (5); vollständig (3); weniger(1); zugehörig (3); - adverbes et „autres“ : allerdings (1); falls möglich (6); ebenfalls (1); insgesamt (6); jeweils (11); mehr (2); nur (5); weiter(4) ; zuerst (4); - conjonctions de coordination et de subordination : also (1); dabei (2); dann (6); danach (4); daraus (1); dazu (4); jedesmal (1); - prépositions : durch (10); zwischen (3); - pronoms indéfinis de quantité⁹ : beide (3); viele (5); - verbes : ablaufen (1); angeben (2); antworten (3); anzahlen (1); arbeiten (2); auffallen (1); ausdrücken (2); ausfüllen (4); backen (1); bedeuten (5); behalten (1); bekommen (1); bemerken (3); beschäftigen (1); beschreiben (1); bestehen (2); bestimmen (2); bestreiten (1); bilden (3); brauchen (1); buchen (1); darstellen (4); dauern (1); denken (1); dürfen (3); eintragen (7); entstehen (2); ergänzen (14); erhalten (4); erkennen (1); erklären (2); erweitern (7); färben (9); fehlen (3); finden (1); fragen (1); funktionieren (1); geben (3); gehören (5); gelten (2); sich handeln (3); heißen (5); hinzukaufen (1); knobeln (2); können (5); kontrollieren (1); kosten (1); kürzen (11); lauten (1); liegen (3); meinen (4); messen (1); möchten (1); müssen (4); nennen (1); notieren (2); sammeln (1); schreiben (12); sehen (1); sich teilen (1); stimmen (1); sollen (1); übertragen (3); übrigbleiben (2); übriglassen (1); veranschaulichen (1); verbinden (1); vergleichen (1); versuchen (2); verwandeln (1); vorschlagen (1); wählen (1); weiterarbeiten (1); weiterdenken (1); wiegen (2); zeichnen (4); zersägen (1); - noms communs de „choses“ : Apfel (2); Bauer (1); Benzintank (1); Brot (1); Brotteig (1); Eindringling (2); Erdbewohner (1); Ernährung (1); Fahrausweis (1); Fahrgast (1); Figur (5); Fürst (1); Geschenk (1); Gewinnlos (1); Gruppe (1); Heft (4); Kinder (2); Körper (2); Kuchen (1); Lehrerin (1); Mensch (1); Neffe (1); Minutenzeiger (1); Orange (1); Parkettmuster (1); Pizza (7); Schokoladentafel (1); Schritt (1); Schüler (9); Stab (1); Stadtviertel (1); Supermarkt (1); Tante (1); Teig (2);
-------------------------	--

⁷ La même catégorisation en tableau est appliquée à nouveau à ce chapitre.

⁸ Ce nombre indique, à nouveau, la fréquence d'apparition du mot dans l'ensemble du chapitre.

⁹ Ce relevé n'est, à nouveau, pas exhaustif : ni les articles définis, *der, die, das* ou indéfinis *ein (kein), et eine (keine)* ni les prépositions (à l'exception de *durch* et *zwischen*) n'ont été comptabilisés.

	Teilzeitverkäuferin (1); Torte (2); Wasser (2); Wiese (4); Zeichnung (1); - <u>noms de „concepts“</u> : Abgabe (1); Anhängen (2); Arbeitswoche (1); Anteil (8); Arbeit (1); Aufgabe (27); Ausdruck (1); Beispiel (18); Bezeichnung (1); Buchung (1); Ergebnis (9); Erkrankung (1); Fehler (1); Ganze(s) (21); Geburtstag (1); Gewicht (2); Hinweis (5); Klassensprecherwahl (1); Kleidung (1); Lektion (1); Methode (1); Mittelalter (1); Musik (1); Rätsel (1); Rechnung (1); Regel (1); Rest (1); Schreibweise (2); Stimme (2); Stunde (6); Tag (1); Teil (25); Teilstück (2); Übung (2); Verfahren (2); Verfügung (1); Wert (4); Zeit (3); Zeitspanne (2); Urlaubsreise (1); - <u>expression</u> : es handelt sich um (3);
Expressions spécifiques aux mathématiques	- <u>vocabulaire numérique</u> : Abszisse (3); Addition (4); Additions- und Subtraktions-regeln (1); Bestimmung (1); Bruch (54); abbrechender Bruch (2); echter Bruch (2); gleichnamige Brüche (7); ungleichnamige Brüche (2); periodischer Bruch (4); unechter Bruch (2); Bruchoperator (3); Bruchstrich (1); Bruchteil (18); Dezimalbruch (4); Dezimalschreibweise (2); Dezimalzahl (18); Drittel (9); Einheit (5); Fünftel (3); Ganze(s) (17); Gleichung (2); Halbes (1); Längenangabe (1); Längeneinheit (3); Lösungsweg (9); Messung (1); Millionstel (1); Multiplikation (3); Nenner (29); Quotient (15); Rechenanweisung (2); Regel (1); Sechzehntel (1); Subtraktion (3); Tabelle (1); Teilbarkeitsregeln (1); Umdrehung (1); Viertel (24); Zahl (63); natürliche Zahl (6); Zähler (22); Zehnerbruch (12); Ziffer (1); - <u>vocabulaire géométrique</u> : Flächeninhalt (8); Kreis (1); Kreisfläche (1); Mittelpunkt (5); Punkt (17); Rechteck (17); Rechtecksfläche (1); Strecke (2); Würfel (1); Zahlenstrahl (13); Zentimeterquadrant (1); - <u>verbes</u> : berechnen (6); dividieren (3); lösen (1); multiplizieren (4); nachzählen (1); zerlegen (3); - <u>expression</u> : man darf (3) ; es gilt (2); gleich groß (5); - <u>adjectifs</u> : flächengleich (2); gleich (1); gleichmäßig (1); gleichnamig (5); gleichwertig (9); rechnerisch (1) ; ungleichnamig (1); teilbar (2);
Utilisation de comparatifs et superlatifs	- der Zähler ist größer als der Nenner ; - der Zähler ist um 4 kleiner als der Nenner ; - wer hat günstiger eingekauft ? - wurde hier weniger als ein Viertel der Rechtecksfläche gefärbt ?
Consignes écrites	- berechne (5); beschreibe (1); denke dabei an ; drücke aus ; ergänze (14); erkläre ; erweitere ; färbe ; gib an ; kürze ; löse ; notiere ; rechne weiter ; schreibe (10); stelle dar ; übertrage ; verbinde ; versuche ; verwandle in ; wähle ; zeichne - antworte mit richtig oder falsch ; - beschreibe was du siehst ; - bestimme den Bruchteil wie im Beispiel ; - fülle die Lücken aus ; rechne im Kopf ; - suche den Eindringling ; - trage mit Hilfe einer Messung 3/5 ein ; - veranschauliche mit Hilfe von Strecken ; - wähle dafür eine geeignete Rechteckslänge ;
Questions posées	- kannst du die gefärbten Teile als Bruch darstellen ? - kannst du es erklären ?

	- mit welcher Zahl wurde erweitert ? - reicht jeweils ein Ganzes, um diese Brüche darzustellen ? - sind beide Brüche jeweils gleichwertig oder nicht ? - um welchen Bruch handelt es sich ? - was bedeuten die folgenden Aussagen ? - was bemerkst du ? - was fällt dir auf ? - was meinst du zu diesem Lösungsweg ? - wurde hier mehr als ein Viertel , weniger als ein Viertel oder genau ein Viertel der Rechtecksfläche gefärbt ?
	- welche Brüche sind dargestellt ? - welche Punkte gehören jeweils zu den folgenden Zahlen ? - welcher Anteil wurde nicht gefärbt ? - welcher Bruchteil der Torte hat er übriggelassen ? - welcher Bruch wird durch die gefärbte Fläche dargestellt ? - welcher Bruchteil ist jeweils gefärbt ? - wer hat günstiger eingekauft ? - wie groß ist der Rest ? - wie groß sind $\frac{2}{3}$ der Rechtecksfläche ? - wie haben wir gerechnet ? - wie heißt der zugehörige Bruch ? - wie viel kostet die Reise ? - wie viele Brüche erhältst du ? - wie viele Schüler stimmten für Carmen ? - wie viele Viertel kannst du in einem Ganzen darstellen ?
Propriétés mathématiques	- die Brüche bis $\frac{1}{19}$ werden durch Anhängen von "tel" gebildet ; - die Brüche ab $\frac{1}{20}$ werden durch Anhängen von "stel" gebildet ; - ein Bruch wird erweitert, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert ; - ein Bruch wird gekürzt, indem man Zähler und Nenner durch einen gemeinsamen Teiler dividiert ; - man kann den Quotienten zweier natürlicher Zahlen auch als Bruch schreiben ; - wird ein Ganzes in 2, 3, 4, 5, gleich große Teile geteilt, so erhalten wir Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, des Ganzen. - wenn die Zehnerbrüche gleichnamig sind, addiere (subtrahiere) die Zähler ; - wenn die Zehnerbrüche ungleichnamig sind, musst du sie zuerst gleichnamig schreiben und dann die Zähler addieren ; - Zehnerbrüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert ;
Symboles utilisés	- l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$; - les signes d'opérations : +, -, $\times$ et les parenthèses ; - l'écriture des unités de longueur : m, dm, cm etc.
Formules mathématiques	$\frac{19}{20} = 19 : 20 = 0,95 ;$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16} ;$

	$\frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4} ;$ $\frac{3}{10} + \frac{4}{100} = \frac{30}{100} + \frac{4}{100} = \frac{34}{100} ;$ $\frac{3}{10} \times \frac{7}{100} = \frac{3 \times 7}{10 \times 100} = \frac{21}{1000}$
Ce chapitre donne l'occasion d'expliquer l'étymologie du terme <i>Viertel</i> , qui est une évolution, au fil des temps, du mot <i>Vierteil</i> , signifiant au sens propre « quatre parties ».	

Que peut-on remarquer en analysant ce relevé ?

Comme dans le chapitre précédent, on retrouve des mots souvent utilisés en mathématiques et rencontrés fréquemment dans le langage de tous les jours. Citons, pour exemples, d'autres verbes comme, *angeben, antworten, brauchen, bilden, erhalten, erweitern, kürzen, notieren*, des noms comme, *Anteil, Ausdruck, Fehler, Hinweis, Lektion, Methode, Rätsel* et des adjectifs comme *echt, falsch, richtig, unrecht, vermischt, verschieden, vollständig, zugehörig*.

Notons l'emploi des adjectifs *echt* et *unecht* qui, associés au terme de *Bruch*, donnent tout leur sens au concept mathématique, ce que nous rencontrons habituellement plutôt dans le domaine géométrique (*Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende*). On qualifie ainsi de *echter Bruch* (au sens littéral, "vraie fraction"), la fraction $\frac{3}{4}$ dont le numérateur est inférieur au dénominateur et qui, de ce fait, représente une partie d'un entier. Pour la fraction $\frac{4}{3}$, on parlera de *unechter Bruch* ("fausse fraction"), car sa valeur numérique est plus grande qu'un entier. Les mathématiques allemandes (et anglo-saxonnes en général) la décomposent en partie entière et "vraie fraction", en l'écrivant ainsi : $1\frac{1}{3}$ (cf. I 1.4. Pourquoi aussi les mathématiques ?). En France, nous n'opérons pas ce type de distinction au niveau scolaire (ni au collège, ni au lycée) dans les termes employés. Nous parlons simplement de "fractions, dont le numérateur est inférieur ou supérieur au dénominateur". Aussi avais-je été très surprise, il y a quelques années (un remplaçant étranger ayant assuré mes cours pendant quelques semaines), de trouver dans les cahiers de mes élèves de collège, les termes de "fraction propre et impropre", appliqués dans le sens de *echt* et *unecht*. Ces termes ne sont employés, en France, qu'au niveau universitaire. Le fait que les mathématiques allemandes opèrent cette différenciation entre *echter Bruch* et *unechter Bruch* ne représente-t-il pas un bénéfice cognitif pour l'élève ?

Les mots différents du langage courant sont au nombre de 209, alors que les expressions spécifiques aux mathématiques sont au nombre de 69. Il y a donc également, comme dans le chapitre précédent, environ 3 fois moins (3,02 fois plus précisément) de termes "typiquement mathématiques". Mais des termes mathématiques comme, *Nenner* (présent 29 fois), *Zähler* (22 fois), *Ganzen* (17 fois), *Punkt* (17 fois) ou *Rechteck* (17 fois) sont bien plus fréquemment utilisés que des mots courants comme, *Mensch* ou *Geschenk* (1 fois). On retrouve à nouveau très fréquemment des mots "mixtes", comme *Aufgabe* (27 fois) et *Teil* (25 fois).

Le comparatif est utilisé à nouveau, quoique moins fréquemment : *größer*, *kleiner*, *günstiger*, *mehr* (qui est le comparatif irrégulier de *viel*), *weniger*. *Größer* et *weniger* trouvent à nouveau leur contraire, respectivement en *kleiner* et *mehr* mais *günstiger* non. On ne trouve aucun superlatif : cela est probablement dû au choix du thème mathématique, nettement moins propice, à cet emploi, que le précédent.

Concernant les formes d'utilisation des verbes : les verbes *antworten* et *ergänzen*, par exemple, présents chacun à 3 reprises, ne le sont que sous la forme impérative : *antworte*, *ergänze* ! Le verbe *bedeuten*, présent 5 fois, se trouve 1 fois à l'infinitif : *bedeuten* et 4 fois au présent : *das (es) bedeutet*. Les verbes *bemerkten* et *meinen*, respectivement présents 3 et 4 fois, le sont toujours à la forme interrogative : *Was bemerkst du ? Was meinst du ?* On ne rencontre *Messen* qu'une seule fois, au présent : *die Einheit misst*. *Sammeln* n'est présent qu'une seule fois, au participe passé : *gesammelt* et *stimmen* une seule fois, au prétérit : *stimmten*. *Berechnen*, présent à 6 reprises, l'est 5 fois à l'impératif : *berechne* et 1 seule fois au présent : *du berechnest*.

Les verbes *gelten* et *handeln* ne se trouvent que sous la forme passive : *es gilt*, *es handelt sich um...*

Les verbes à particule séparable sont plus nombreux que dans le chapitre précédent. Citons *ablaufen*, *angeben*, *anzahlen*, *auffallen*, *ausdrücken*, *ausfüllen*, *darstellen*, *eintragen*, *übrigbleiben*, *übriglassen*, *weiterarbeiten*, *weiterdenken*.

On retrouve l'emploi de la forme active dans les exemples suivants : *was fällt dir auf ? Drücke als Bruchteil einer Stunde (eines Tages) aus. Fülle die Lücken aus. Kannst du als Bruch eines Ganzen darstellen ? Reicht ein Ganzes, um diese Brüche darzustellen ? Brüche*

kann man auf einen Zahlenstrahl eintragen. Wie viel € bleibt ihr danach noch übrig ?
Übungen zum Knobeln und zum Weiterarbeiten.

Emploi de la forme passive : Färbe die angegebenen Teile. Berechne in der angegebenen Einheit. Bei der Buchung im Reisebüro, müssen 1 492 € angezahlt werden. Welchen Bruchteil der Torte hat Daniel übriggelassen ?

Dans l'exemple suivant, la forme active de angeben est liée dans la même phrase à la forme passive de ablaufen : Gib die abgelaufene Zeitspanne an.

Les verbes de modalité activés sont : *dürfen* (par 3 fois), *müssen* (par 5 fois) et *sollen* (1 seule fois). On les rencontre un peu plus dans ce chapitre que dans le précédent. Nous y reviendrons en comparant la fréquence trouvée dans le corpus oral.

Les verbes *dürfen* et *gelten*, présents dans le langage courant, ne figurent dans ce chapitre que dans des expressions spécifiques aux mathématiques : *man darf* (que l'on retrouve à 3 reprises, comme par exemple : *mit 0 darf man nicht erweitern*) ; *es gilt* (à 2 fois, exemple : *es gilt $AB = 10\text{ cm}$*).

Le verbe *ergänzen* est présent 14 fois et toujours à l'impératif : *ergänze*.

Citons encore un autre exemple, très évocateur, où les mots du langage courant sont au service du concept mathématique, les verbes *erweitern* et *kürzen*. En français, nous n'employons que l'expression "simplifier", pour signifier que l'on remplace une fraction par une fraction égale, dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits. Le résultat s'obtient, alors, en divisant numérateur et dénominateur par un même nombre, non nul, opération qualifiée de *kürzen* en allemand. L'opération inverse, qui consiste à multiplier numérateur et dénominateur par un même nombre, pourtant fort utile quand il s'agit d'additionner ou de soustraire deux fractions ayant des dénominateurs différents, n'est pas nominativement désignée par un mot, mais explicitée par une paraphrase, contrairement à la langue allemande où on parle de *erweitern* (littéralement "élargir"). Ce terme exprime que le numérateur et le dénominateur deviennent plus grands, bien que la fraction garde sa valeur numérique.

Les consignes écrites, comme *drücke aus*, *ergänze*, *rechne weiter*, *übertrage*, *verwandle in*, *rechne im Kopf*, amènent la même constatation que précédemment, quant à l'emploi de l'impératif.

Les questions posées dans une activité ou un exercice/problème s'adressent, à nouveau, directement à l'élève : *kannst du die gefärbten Teile als Bruch darstellen ?* en sollicitant son avis : *was meinst du zu diesem Lösungsweg ?* Dans les manuels français, des consignes semblables s'expriment, par exemple, ainsi : **Quelle fraction du rectangle ABCD la partie colorée représente-t-elle ?** ou encore : **Choisir une des trois méthodes pour calculer facilement les nombres suivants.** (Dimathème, 6^{ème}, pp. 80 – 97)

D'autres formulations de questions comme : *Welchen Bruchteil der Torte hat er übriggelassen ? Welcher Anteil wurde nicht gefärbt ?* se retrouvent de manière presque équivalente chez nous : **Combien de parts de gâteau Armelle et ses amis ont-ils mangées ?** et aussi : **Quelle fraction du grand cube a-t-il déjà posé ?** (Dimathème, 6^{ème}, pp. 80 – 97)

Peut-on, dès lors, faire la même remarque, poser la même hypothèse concernant les types de questions, suivant qu'elles présentent une connotation plus générale ou plus mathématique ? Observons la catégorisation effectuée dans le tableau. On retrouve dans la partie des questions ne commençant pas par "welche" ou "wie", des questions plus "passe-partout" comme : *Kannst du es erklären ? Was fällt dir auf ? Was bemerkst du ? Was bedeuten die folgenden Aussagen ?* D'autres, pourtant, classées au même endroit, ont une "teneur plus mathématique", comme : *Kannst du die gefärbten Teile als Bruch darstellen ? Sind beide Brüche jeweils gleichnamig ? Reicht jeweils ein Ganzes, um diese Brüche darzustellen ? Wurde hier mehr als ein Viertel , weniger als ein Viertel oder genau ein Viertel der Rechtecksfläche gefärbt ?* Les "Wie/Welche-Fragen" gardent cependant toujours leur caractère de questions purement mathématiques, mais peut-on affirmer qu'elles sont plus longues que les précédentes, plus "passe-partout" ? Le contraire n'est-il pas possible ? Ainsi, la question plus générale : *Was bedeuten die folgenden Aussagen ?* comporte un mot de plus que la " Wie-Frage" : *Wie haben wir gerechnet ?* Le critère de longueur et celui concernant le type de questions dépendent, visiblement, fortement du contexte de l'activité mathématique.

Les propriétés mathématiques, au nombre de 9, et concernant toutes les opérations sur les écritures fractionnaires au programme de 6^{ème}, sont explicitement écrites avant d'être rendues en formules. Ces formules, cependant, apparaissent, non de manière abstraite avec des lettres, mais sous formes d'exemples résolus. Ainsi, pour donner son sens au concept de *erweitern* (cité ci-dessus) :

Ein Bruch wird erweitert, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert ; on l'illustre par l'exemple résolu suivant :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}.$$

Il est intéressant de signaler également comment les fractions sont nommées en toutes lettres :

Die Brüche bis 1/19 werden durch Anhängen von "tel" gebildet ;

die Brüche ab 1/20 werden durch Anhängen von "stel" gebildet.

Ainsi, par exemple on exprime *ein Viertel* (1/4) ou *ein Achzehntel* (1/18) et *ein Fünfundzwanzigstel* (1/25). En France, cela se fait par le rajout du suffixe "ième", comme dans **un dix-huitième** ou **un vingt-cinquième**.

Des exceptions, quant à la lecture des premières fractions, existent, néanmoins, dans les deux langues. En France, on parle de un "demi", un "tiers" et un "quart", ensuite on applique l'ajout du suffixe "ième". En Allemagne, on trouve *ein Halbes*, *ein Drittel* (dérivée de *Dreiteil*) puis on applique la règle citée précédemment. Notons enfin que le mot *Viertel* résulte de l'évolution naturelle de la langue de *Vierteil*. Sans doute en est-il de même pour *Fünfteil* devenu *Fünftel* etc.

A propos de la fraction ½, qui se lit *ein Halbes* en allemand, je ne comprenais pas la faute, répétée maintes fois par le professeur qui, lors de l'enregistrement du cours *Brüche*, a toujours prononcé : *ein Halbe* (cf. annexes pp 32 – 46). J'ai réalisé, en relevant les structures langagières de ce chapitre, que l'écriture explicite et en toutes lettres de ½, à savoir *ein Halbes*, n'apparaissait nulle part dans le cédérom. On n'y trouve que la forme du pluriel, *zwei Halbe*, par exemple. Il n'est certes pas aisé, pour les professeurs de DNL en sites bilingues, de maîtriser toutes les formes et genres grammaticaux.

Signalons, enfin, cette propriété : *Man kann den Quotienten zweier natürlicher Zahlen auch als Bruch schreiben*. Elle active "naturellement" le génitif (comme bon nombre d'autres propriétés conçues selon le même schéma), alors que dans le langage "parlé", on utilisera plutôt *von* + datif : *Man kann den Quotienten von zwei natürlichen Zahlen auch als Bruch schreiben*.

II 2.3. Analyse comparative des deux chapitres précédents

Au regard de ces deux chapitres, on peut établir le constat que l'on retrouve des constantes et un certain nombre de termes communs dans la langue des mathématiques, qu'il s'agisse d'activités géométriques ou numériques.

Ainsi retrouve-t-on dans le langage courant les adjectifs *falsch, folgend, richtig*, des adverbes, conjonctions et prépositions comme, *danach, durch, zuerst*, les verbes *bedeuten, erhalten, fehlen, finden, heißen, knobeln, liegen, schreiben, weiterarbeiten*, les noms *Aufgabe, Beispiel, Ergebnis, Rechnung, Übung*, qui relèvent du langage de l'activité scolaire ainsi que *Figur, Mensch, Minutenzeiger, Wert et Zeit*, dont l'usage est sans doute plus répandu.

Dans le langage plus spécifique aux mathématiques, on trouve dans les deux chapitres, les termes de *Einheit, Längenangabe, Quotient, Tabelle, Zahl et Ziffer*, à dominante numérique et *Fläche, Kreis, Punkt, Rechteck, Strecke et Würfel*, à dominante géométrique. Cela montre l'interaction constante, dans cette discipline, des différents domaines d'activités. Parallèlement, pourtant, il n'y a aucun verbe commun spécifique à la matière, les verbes communs cités ci-dessus relevant davantage du langage de la classe (*finden, schreiben*). Les verbes "mathématiques" seraient plutôt complémentaires, comme *messen et nachzählen*.

Nous avons déjà relevé qu'il y avait moins de comparatifs et aucun superlatif dans les activités numériques, l'explication pourrait tenir au thème mathématique lui-même.

Au niveau des consignes écrites, il y en a 19 dans le chapitre *Längenmessung und Umfang* et 29 dans la partie *Brüche*, dont 7 communs, relevant de l'activité mathématique : *berechne, bestimme, ergänze, fülle die Lücken aus, schreibe (in), versuche zu antworten, zeichne*.

Il y a quasiment autant de questions posées dans les deux chapitres (22 contre 24) et les interrogations communes sont : *Was bemerkst du ?* et *Was meinst du dazu, zu diesem Lösungsweg ?* qui renvoient à l'explication, à la nécessité de justifier pour bien intégrer un concept ou une nouvelle propriété.

Les propriétés mathématiques et formules correspondantes sont plus nombreuses dans la partie *Brüche* (9 contre 3), puisque les opérations sur les fractions nécessitent des démarches de résolution très particulières, prenant néanmoins appui sur les mêmes symboles : les signes d'opérations, les parenthèses et les unités de longueur.

Comme nous avons essayé de l'illustrer à travers cette analyse, le langage naturel, à la base de toute activité, qu'elle soit communicative ou cognitive, est au service des mathématiques, mais celles-ci sont aussi au service de la langue.

II 3. Analyses de séquences de cours

Nous allons effectuer, à présent, une analyse de quelques séquences de cours, en nous servant des outils développés en II 1., à savoir :

- le tableau 7 indiquant qui communique et comment pendant un cours de mathématique (cf. II 1.1.) ;
- le répertoire fonctionnel de la classe de mathématique (cf. II 1.2.) ;
- le langage de groupe ou discours de classe (cf. II 1.3.) ;
- la formulation et reformulation d'énoncés (cf. II 1.4.).

Nous essayerons de comparer le langage des consignes orales et/ou écrites données par le professeur avec celui proposé dans le cédérom à partir des questions suivantes :

Concernant le professeur :

- 1 quel langage de groupe (discours de classe) utilise-t-il ?
- 2 de quelle manière, avec quels mots et quelles consignes l'enseignant explique-t-il quels concepts, propriétés, théorèmes ou processus de résolution ?
- 3 par quelles questions mathématiques conduit-il le débat en classe, confirme-t-il ou corrige-t-il les propos des élèves ?
- 4 quels énoncés ou processus opératoires reprend-il ou reformule-t-il en vue d'éclaircissement ?
- 5 quelles réponses d'élèves reprend-il, en vue de confirmation ou de correction ?
- 6 que dicte-t-il ou fait-il écrire dans le cahier de l'élève ?
- 7 quels exercices ou problèmes d'approfondissement propose-t-il en devoir ?

Concernant les élèves :

- 1 quel langage de groupe (discours de classe) utilisent-t-ils ?
- 2 quels énoncés relisent-ils ?
- 3 de quelle manière et avec quels mots répondent-ils aux questions de l'enseignant ou expriment-ils leur incompréhension ?
- 4 comment explicitent-ils, oralement, la résolution d'un exercice ou décrivent-ils des processus de résolution ?
- 5 quelles notes prennent-ils ?
- 6 produisent-ils eux-mêmes un énoncé écrit ?

Concernant les médias d'enseignement :

Quels sont les supports pédagogiques utilisés ?

Dans la retranscription des 3h de cours enregistrés (cf. annexes pp. 3-46), le professeur sera désigné par **L** : *Lehrer*, les élèves, soit par l'initiale de leur prénom, quand il est identifiable, soit par **Sch** : *Schüler*. Les interventions de tout un groupe-classe sont classifiées sous **Kl** : *Klasse*. Pour davantage d'authenticité, les erreurs linguistiques commises par l'enseignant et/ou les élèves n'ont pas été corrigées mais signalées par un astérisque*.

II 3.1. Analyse d'une séquence mathématique d'activités géométriques

Les activités géométriques analysées ci-dessous (cf. annexes pp. 4-31), ont été enregistrées dans une classe de 6^{ème} bilingue de 20 élèves, les élèves ayant 4h de mathématiques par semaine : 2h en langue française et 2h en langue allemande. Il n'y a pas d'alternance avec un groupe monolingue.

Profil de la classe : 7 années d'apprentissage de l'allemand, scolarité paritaire depuis l'âge de 4 ans.

Durée du cours, donc aussi de l'enregistrement : 1h 50 minutes (sans pause !).

Thème abordé : périmètres de triangles, quadrilatères et cercles.

Chapitre correspondant dans le cédérom de 6^{ème} bilingue : *Längenmessung und Umfang*

Supports pédagogiques utilisés : 3 feuilles de travail fournies par le professeur, consistant en rappel de formules et en exercices à "trous" à compléter. La première (cf. annexes p. 48) avait été donnée lors du cours précédent, les élèves devaient la compléter en devoir à la maison. Elle sera corrigée pendant la séquence. Deux autres feuilles, dont l'une double (cf. annexes pp. 49-51), seront travaillées ensemble en classe. Le professeur se sert du rétroprojecteur pour effectuer les corrections.

Profil de l'enseignant : Homme entre 20 et 30 ans, dialectophone, enseignant en section bilingue pour la 3^{ème} année. Formation initiale spécifique : OEB (option enseignement bilingue) incluant 3 semaines de stage en Allemagne.

Exemple 1 : analyse des séquences 1 à 7 ; 4 min 40 d'enregistrement (cf. annexes pp. 4-5).

Comment communique le professeur ?

<u>1</u> Langage de groupe (discours de classe)	- Sind alle da ? - also, erst einmal, stell' ich euch die Frau Rolli da vor ; also, die wird sich jetzt..., also, wie ich am Dienstag gesagt habe, also, sie wird jetzt
---	--

	heute an unserem *Teil..., an unserem Unterricht teilnehmen, ok und wird mal zugucken, wie ihr, wie ihr arbeitet ! - Gut, zum Anfang... - Wir werden mal die Übung..., die ich euch am Dienstag gegeben habe, korrigieren, verbessern. - Seid ihr alle so weit ? - Seht ihr alle gut an die Tafel ? Kein Problem ? - Ok, also, ihr hattet... - Wer kann mir die Übung nochmal lesen da ? - Was hab'ich euch gefragt ? - Das haben wir das letzte Mal gesagt - Kein Problem ? - Ja ? Ist alles ok für alle ? Ja, ok ! - Wer weiß noch ? - Seid ihr damit einverstanden ? - Nein, ich habe einen Fehler da gemacht an der Tafel : was für einen Fehler ? - Ok für alle ?
2 Consignes données	- also erst einmal, könnt ihr mal das Übungsheft nehmen ?
3 Questions posées	- Diese Figur, *das nennt man ein ? - Und wie berechnet man den Umfang dieser Figur ? - Also, und dann, nächste Figur, wie nennt man diese Figur da ? - Und wenn wir jetzt die..., wenn wir jetzt den Satz anwenden an unserem Dreieck, also Umfang ist gleich ? - das *sprechen über die... ? Strecke, nur wir addieren was ? Wir addieren die... ? Die ?... Die Längen. Wenn man von den Längen spricht, also muss man das ohne die Hacken schreiben ! Ok ?
4 Enoncés ou procédés opératoires repris ou/et reformulés en vue d'éclaircissement	- Also erstmal, ergänze die Tabelle, falls du dich nicht erinnerst, guck in deinem Unterrichtsheft nach, ok ? - Ja, Unterrichtsheft nach, ok ? - Also wir haben schon... die erste *Kolonne da ergänzt, das letzte Mal. - Also, wie berechnet man den Umfang eines Dreiecks ? - AB plus... BC plus... CA... Ok ? [Puis il reprend] : $AB + BC + CA...$
5 Reprise des réponses de l'élève en vue de confirmation ou de correction	- Vieleck, ja. - Ja, ich addiere, ich addiere die Längen der *Seite... Guckt mal, das steht da ! - Ah ! Nicht unbedingt, das ist nicht *kodierte da auf der Figur, das ist nur ein... ? - Ein Dreieck, ok ! Also, das... Dreieck und Plural, die.. ? - Die Dreiecke ! - Ja, zuerst, musst du das, musst du die, den Satz da ergänzen, also : ich... die Längen der 3 Seiten. - Ja, gut, ich addiere die Längen der 3 Seiten. Ok ! - Ja, ich hab' nicht verlangt, das hab'ich nicht verlangt, nur mit den Buchstaben ! Also ? - AB - Ja, AB plus ? - plus BC plus ? Plus ? - CA oder AC. - Sie haben, benutze
6 Notes dictées	
7 Devoirs donnés	

Comment communiquent les élèves ?

1 Langage de groupe (discours de classe)	- Guten Tag ! - nein ! - ja (le groupe classe par 4 fois) !
2 Relecture d'énoncés	- Ergänze, ergänze die Tabelle. Falls du dich nicht erinnerst, guck in deinem *Unterrichts... nach.
3 Réponses données et/ou incompréhension formulée	- Vieleck ! - Dreieck - Dreiecke - Euh, wir haben...
4 Explicitation de la résolution d'un exercice, description d'un processus	- AB plus... - Ich addiere die *Länge der Seiten. - Ich addiere die *Länge der 3 Seiten. - 13 Komma 1 Zentimeter - A... - plus B... - B... - AC
5 Prises de notes dictées par le professeur	
6 Propre production écrite	

Que peut-on remarquer en analysant cette transcription ?

Ce premier exemple correspond aux premières minutes du cours et permet de voir comment se déroule "l'entrée en matière".

Le langage de groupe ou discours de classe, activé par le professeur, concerne

- les absences d'élèves : *Sind alle da ?*
- le temps de présentation de la personne venue assister et enregistrer le cours,
- et le démarrage des activités mathématiques proprement dites : *wir werden mal die Übung verbessern.*

Il active des

- *Kontaktsignale* (cf. II 1.2. Répertoire fonctionnel) comme *ok* (mot d'acquiescement plus universel), *also*, *gut*, *zum Anfang*,

- et des questions s'intéressant au bon suivi des élèves : *Seid ihr alle so weit ? Seht ihr alle gut an die Tafel ? Ist alles ok für alle ? Kein Problem ? Wer kann mir die Übung nochmal lesen da ?*

D'autres questions visent

- à conduire le débat mathématique : *Wer weiß noch ? Seid ihr alle damit einverstanden ? Nein, ich habe einen Fehler gemacht, was für einen Fehler ?*

- ou à favoriser la compréhension : *Das haben wir das letzte Mal gesagt ! Was hab ich euch gefragt ?*

Le langage de groupe des élèves se réduit à : *Guten Tag, nein* et par 4 fois un *ja* en réponse aux questions du professeur.

Des questions, posées par le professeur, activent le schéma questions-réponses : *Diese Figur, nennt man ein ?* et encore *und dann, nächste Figur, wie nennt man diese Figur da ?* Elles font avancer l'activité mathématique, mais n'appellent de la part des élèves, que des productions orales qui se réduisent :

- à un mot : *Vieleck, Dreieck,*

- à la donnée d'une mesure de longueur *13 Komma 1 Zentimeter,*

- et enfin à l'énoncé du nom d'un point A, et d'un segment [AB].

D'autres questions, comme : *und wie berechnet man den Umfang dieser Figur ?* exigent une réponse commençant par la phrase : *Ich addiere die Längen der Seiten* ou sa variante *Ich addiere die Längen der 3 Seiten*. Ces phrases avaient été données aux élèves lors du cours précédent, quand la notion de périmètres de figures avait été introduite et expliquée.

Les énoncés, lus par les élèves, ne sont pas reformulés au sens littéral du terme, mais plutôt redits et le professeur clarifie ce qui a déjà été fait : *Also, wir haben schon die erste Kolonne* [Spalte] da ergänzt, das letzte Mal*. Le reste de la communication du professeur, dans cette séquence, consiste en confirmation de ce que les élèves ont dit : *Vieleck, ja, ein Dreieck, ok ! gut, ich addiere die Längen der 3 Seiten* ou en correction mathématique *das hab'ich nicht verlangt, nur mit den Buchstaben !* et linguistique : *Sie haben, benutze* (l'élève avait utilisé *Wir* à la place de *Sie*).

Il n'y a encore dans ce premier exemple, ni notes dictées, ni devoirs donnés de la part du professeur et les élèves ne réalisent aucune production écrite, non guidée ou induite.

Exemple 2 : analyse des séquences 12 à 14 ; 3 min 21 d'enregistrement (cf. annexes pp.6-7)

Comment communique le professeur ?

1 Langage de groupe	- Ok und zum Schluss, das haben wir am letzten Samstag gesehen - Aber, nehmen wir an jetzt - ja, das kann man anders auch, auch anders schreiben
2 Consignes données	
3 Questions posées	- wie nennt man die letzte Figur da ? - Also, noch einmal im Wortschatz, wie nennt man den Punkt O ? - Wie nennt man diese Strecke da ? - Wie nennt man die ? - Und wie nennt man diese Strecke da ? - und ein Durchmesser, das ist eine besondere... ? Eine besondere was ? Eine besondere ? - Nein, sondern, ein Durchmesser ist eine besondere... ? - Gut, also, nehmen wir an, wir..., wir kennen die Länge des Durchmessers des Kreises : wie berechnet man also den Umfang ? - wie berechnet man den Umfang eines Kreises, wenn wir den Durchmesser kennen ? - Aber π, wir wissen ja nicht den genauen Wert von π, π ist ungefähr wie viel wert ? - wir kennen nicht den Durchmesser sondern den Radius des Kreises, also wie berechnet man dann den Umfang ? Wenn wir den Radius des Kreises... kennen ? - also was für eine, was für eine Operation macht man da ? $\pi \times 2 \text{ Radius}$, $\pi \times 2$? - und... π kennen wir nicht ganz genau sondern gleich ungefähr ?
4 Enoncés ou procédés opératoires repris ou/et reformulés en vue d'éclaircissement	- Nein, nein, nein, die Frage lautet : wie nennt man diese Figur ? Der Name der Figur ? - Also die Strecke, die..., die *anfangt mit O und der andere Punkt liegt auf dem Kreis... - Umfang... eines Kreises, gegeben ist der Durchmesser ! - Also Umfang ist ungefähr $3,14 \times \text{Durchmesser}$, ok ? - anstatt $\pi \times 2 \times R$ kann man auch $\pi \times R \times 2$ oder $2 \times \pi \times R$ ok ? Es sind ja immer die selben Zahlen, die man da multipliziert ! Also ist das Ergebnis immer dasselbe, ok ? Ok?
5 Reprise des réponses de l'élève en vue de confirmation ou de correction	- Ja gut, also Kreis ! Der, das, die ? - *Das Kreis, der Kreis, ja und Plural ? Die ? - die Kreise, stimmt. Also der Kreis, die Kreise ok - ja der Mittelpunkt des Kreises mit ? - Ja, ein Radius, es stimmt ! - Ja, ein Durchmesser - Nein, NEIN ! Das ist kein Radius, nein das ist falsch ! - Ja, ganz genau, ein Durchmesser ist eine besondere Sehne, ok ? - nicht verstanden, also die anderen - stimmt : $\pi \times \text{Durchmesser}$, π, die Kreizahl $\pi \times \text{den Durchmesser}$ - nein, nicht einfach sondern drei Komma vierzehn

	- Ja, $\pi \times 2$, also $\pi \times 2\text{Radius}$ - $\times$ (mal)... Radius, ok, - Ja, es ist ungefähr $3,14 \times 2 \times \text{Radius}$, ok ? Ok, ja ?
6	Notes dictées
7	Devoirs donnés

Comment communiquent les élèves ?

1	Langage de groupe	- einfach...
2	Relecture d'énoncés	
3	Réponses données et/ou incompréhension formulée	- Kreis - der - Kreise - der Mittelpunkt - ein Radius (par 2 fois) - ein Durchmesser - Sehne - Ich habe... ich habe die Sätze nicht verstanden ! - mal - 3,14
4	Explicitation de la résolution d'un exercice, description d'un processus	- π (Pi) $\times$ (mal) Durch... $\times$ Durchmesser - $\pi \times 2\text{Radius}$
5	Prises de notes dictées par le professeur	
6	Propre production écrite	

Que peut-on remarquer en analysant cette transcription ?

Ce deuxième exemple (périmètre du cercle) termine, après $\frac{3}{4}$ d'heure de cours environ, la phase de correction des devoirs, donnés lors de la séquence précédente.

Le langage de groupe activé par le professeur

- resitue l'exercice dans un contexte de "déjà vu" : *zum Schluss, das haben wir am letzten Samstag gesehen,*
- exprime une supposition : *aber, nehmen wir an jetzt,*
- donne une piste de réflexion : *das kann man auch anders schreiben.*

- active un autre *Kontaktsignal* : *zum Schluss*.

Un élève a employé le terme de *einfach*, en lieu de *ungefähr gleich*, en essayant de dire que le nombre π était environ égal à 3,14.

Les questions suivantes posées par le professeur expriment une recherche.

Nehmen wir an, wir kennen die Länge des Durchmessers des Kreises ; Wie berechnet man also den Umfang ? Formulation reprise sous une forme presque identique : *Wie berechnet man den Umfang eines Kreises, wenn wir den Durchmesser kennen ?* ou sous sa "variante" mathématique : *Wir kennen nicht den Durchmesser sondern den Radius des Kreises, also wie berechnet man dann den Umfang ? Wenn wir den Radius des Kreises... kennen ?*

Les élèves y ont répondu par l'explicitation du processus opératoire :

$\pi(\text{Pi}) \times (\text{mal}) \text{Durch...} \times \text{Durchmesser}$ et $\pi \times 2 \text{Radius}$

D'autres permettent de clarifier un point linguistique, comme le genre de *Kreis* : *der, das, die ?* ou son pluriel : *der Kreis ja und Plural ?*

Certaines interrogations ont été reformulées.

Ainsi *Wie nennt man diese Figur ?* est devenue *Der Name der Figur ?* Le concept de *Radius* a été éclairci par le professeur : *Also die Strecke, die..., die anfängt mit O und der andere Punkt liegt auf dem Kreis...*

et la formule permettant de calculer le périmètre du cercle est "décortiquée" comme suit : *Anstatt $\pi \times 2 \times R$ kann man auch $\pi \times R \times 2$ oder $2 \times \pi \times R$ ok ? Es sind ja immer die selben Zahlen, die man da multipliziert ! Also ist das Ergebnis immer dasselbe, ok ?*

Le reste de la communication verbale du professeur consiste, à nouveau :

- en confirmation de ce que les élèves ont dit : *Kreise, stimmt, ja ein Radius, es stimmt, ja ein Durchmesser,*
- en correction mathématique : *nein, nein, das ist kein Radius, nein, das ist falsch !*
- ou à prendre la classe à parti devant l'incompréhension d'un élève : *nicht verstanden, also die anderen ?*

Comme dans le premier exemple, les élèves répondent au questionnaire soit :

- par un concept mathématique : *Kreis, Kreise, der Mittelpunkt, ein Radius, Sehne, mal, 3,14*
- soit en exprimant leur incompréhension : *Ich habe... ich habe die Sätze nicht verstanden !*

Il n'y a toujours, dans cet exemple, ni notes dictées, ni devoirs donnés de la part du professeur et les élèves ne réalisent aucune production écrite, non guidée ou induite.

II 3.2. Analyse d'une séquence mathématique d'activités numériques

Les activités numériques analysées ci-dessous (cf. annexes pp. 32-46), ont été enregistrées dans un groupe de 6^{ème} bilingue de 21 élèves, les élèves ayant 4h de mathématiques par semaine : 2h en langue française et 2h en langue allemande, en alternance avec un groupe monolingue de 7 élèves.

Profil du groupe : 7 années d'apprentissage de l'allemand, scolarité paritaire depuis l'âge de 4 ans.

Durée du cours, donc aussi de l'enregistrement : 53 minutes.

Thème abordé : nombres en écritures fractionnaires.

Chapitre correspondant dans le cédérom de 6^{ème} bilingue : *Brüche*.

Supports pédagogiques utilisés : 2 feuilles de travail fournies par l'enseignante, consistant en exercices à "trous" à compléter. La première (cf. annexes p. 52) avait été donnée lors du cours précédent, les élèves devaient la compléter en devoirs à la maison. Elle sera corrigée pendant la séance. Une autre feuille (cf. annexes p. 53) sera travaillée ensemble en classe. L'enseignante se sert du rétroprojecteur pour effectuer les corrections. En fin de séance, un exercice sera écrit au tableau, établissant un lien entre les fractions et la géométrie.

Profil de l'enseignante : Femme entre 40 et 50 ans, dialectophone, enseignant en section bilingue pour la 1^{ère} année. Pas de formation spécifique pour enseigner en site bilingue mais, parlait l'allemand avec sa mère, intervenante pour l'allemand dans les classes primaires.

Exemple 1 : analyse des séquences 1 à 3 ; 3 min 46 d'enregistrement (cf. annexes pp. 32-33).

Comment communique le professeur ?

<u>1</u> Langage de groupe (discours de classe)	- So, also wir werden zuerst... euh... einige... Wörter wiederholen. - So, und jetzt, da wir euh... alle Wörter wiedergeholt *habt, werden wir die Hausaufgaben hier für heute... Also, ich hatte euch eine Photokopie ausgeteilt, die ihr ergänzen solltet und wir werden diese Photokopie miteinander korrigieren !
<u>2</u> Consignes données	- So und jetzt werden wir schnell wiederholen wie man euh... Brüche euh... liest. - Also ihr werdet mir wiederholen :
<u>3</u> Questions posées	- Also, wie nennt man was ich da jetzt an die Tafel schreibe ? - wie nennt man die Zahl 3, wie wird die Zahl 3 ge- genannt ? - und wie wird die Zahl 4 genannt ? Der... ? - wie wird euh... dieser Teil da genannt [elle montre le trait de fraction] - Also, Louisa, hier [le professeur écrit $\frac{1}{2}$] das heißt ? - Euh... Emmanuelle, wie liest du [elle écrit $\frac{2}{3}$] den Bruch

	- Marion wie liest euh...du den Bruch [elle écrit $\frac{9}{19}$] ? - und zum Schluss Hu- Hugo, wie liest du diesen, diesen Bruch ? [elle écrit $\frac{7}{20}$] - bis, bis 19, wird welches Suffix benutzt oder angehängt ? Anna ? - Und ab zwanzig wird welches Suffix euh... angehängt, ja Elisa ? - Also, wir haben... wie nennt man einen solchen Bruch, es ist ein... ? Wer erinnert sich daran, ja ? - Also, man nennt diesen Bruch ein... ?
4 Enoncés ou procédés opératoires repris ou/et reformulés en vue d'éclaircissement	- bis 19, wir haben ge- gesagt zwei Drittel, neun Neuzehntel usw ; - Und wir haben auch gesehen, zum Beispiel wir haben gesehen, dass euh... die... zum Beispiel $\frac{3}{4}$ welche Dezimalzahl gleich war, also... ? - Der Bruch $\frac{3}{4}$ ist *welche Dezimalzahl gleich ? - wir fangen an, ein Viertel, $\frac{1}{4}$ ist *welche Dezimalzahl gleich ? Marielle ? - aber wir haben auch gesagt, dass es noch ein ab.... ? - und wir haben auch gezählt, wenn ich zum Beispiel euh... diesen Bruch $\frac{2}{3}$, ich kann... *dieser Bruch kann man nicht mit Dezimalzahlen schreiben, wenn wir euh... die euh... die Berechnung des Quotienten 2 dividiert durch 3 rechnen *würdet, hätten wir die... [le professeur montre le calcul du quotient de cette fraction] die Ziffer 6 unendlich geschrieben *wird. -
5 Reprise des réponses des élèves en vue de confirmation ou de correction	- Ja und wie noch, ... - der Zähler - der Nenner genau - der... Bruch... ? - der Bruchstrich, der Bruchstrich ! - wie liest du ? - ein *Halbe genau ! - ja (par 2 fois) - ja genau ! - tel ! - stel, genau ! - nein ! - null Komma zwei fünf ! - natürlich, - ja, es ist ein abbrechender Bruch - ein periodischer Bruch, [inaudible] genau !
6 Notes dictées	
7 Devoirs donnés	

Comment communiquent les élèves ?

1 Langage de groupe	
2 Relecture d'énoncés	
3 Réponses données et/ou incompréhension formulée	- drei Viertel ? - der Zähler - Nenner - *das *Bruchstriche - der *Bruchstriche - ein... euh... - ein *Halbe - zwei Drittel - neun euh... Neunzehntel - sieben Zwanzigstel - euh... - tel - stel - euh... eins - euh... drei Komma fünf - null Komma zwei fünf - [inaudible] - abbrechender Bruch - periodischer *Satz
4 Explicitation de la résolution d'un exercice, description d'un processus	
5 Prises de notes dictées par le professeur	
6 Propre production écrite	

Que peut-on remarquer en analysant cette transcription ?

Cet exemple-ci correspond, à nouveau, aux premières minutes du cours permettant d'en étudier "l'entrée en matière".

Le langage de groupe (discours de classe) activé par le professeur :

- entre d'emblée dans le vif du sujet, en proposant une révision des termes concernant les fractions : *So, also, wir werden zuerst einige Wörter wiederholen,*

- établit le lien entre une activité et la suivante en impulsant son déroulement : *So, und jetzt, da wir euh... alle Wörter wiedergeholt *habt, werden wir die Hausaufgaben hier für heute... Also, ich hatte euch eine Photokopie ausgeteilt, die ihr ergänzen solltet, und wir werden diese Photokopie miteinander korrigieren !*

Il active des Kontaktsignale comme *so, also, zuerst, und jetzt*.

Les consignes données, *wir werden wiederholen, wie man Brüche liest*, ainsi que les questions posées par le professeur :

- resituent le thème mathématique, à savoir la lecture des nombres en écritures fractionnaires : *Wie nennt man, was ich da an die Tafel schreibe ? Wie liest du den Bruch ? Also Louisa, das heißt ?*

- en détaillant les différentes parties qui composent une fraction : *Zähler, Nenner, Bruchstrich*,

- en différenciant la lecture des fractions, dont le dénominateur est inférieur à 20 : *Bis neunzehn wird welches Suffix angehängt ?* et celles, dont le dénominateur est supérieur à 20 : *Ab zwanzig wird welches Suffix angehängt ?*

- et en sollicitant les interventions des élèves : *Wer erinnert sich daran ?*

Les énoncés ne sont pas, à proprement parler, reformulés mais plutôt redits, comme par exemple : *wir haben gesehen, zum Beispiel $\frac{3}{4}$ welche Dezimalzahl gleich war, also... ?*

énoncé qui est repris : *Der Bruch $\frac{3}{4}$ ist welche Dezimalzahl gleich ?*

La notion de *abbrechender Bruch* (fraction n'ayant pas de valeur décimale exacte) est reprise, également, en vue d'éclaircissement : *diesen Bruch $\frac{2}{3}$, ich kann... *dieser Bruch kann man nicht mit Dezimalzahlen schreiben, wenn wir euh... die euh... die Berechnung des Quotienten 2 dividiert durch 3 rechnen *würdet, hätten wir die... [le professeur montre le calcul du quotient de cette fraction] die Ziffer 6 unendlich geschrieben *wird.*

Les élèves répondent par monosyllabes aux questions entièrement guidées : *drei Viertel, Zähler, Nenner, abbrechender Bruch, periodischer Satz* (au lieu de *periodischer Bruch*), interventions confirmées ou infirmées par le professeur : *Ja und wie noch ? der Zähler genau, nein, natürlich, ein periodischer Bruch genau !*

Exemple 2 : analyse des séquences 34 à 37 ; 6 min 10 d'enregistrement (cf.annexes pp.45-46).

Comment communique le professeur ?

1 Langage de groupe (discours de classe)	- So, und zum Schluss werden wir mit zwei euh... Rätseln euh... Schluss machen. - habt ihr alle... seid ihr alle fertig ? - also, ich lasse euch noch eine Minute, um diese Zahl hinzuschreiben, ist es klar für alle ? - - Wer ist noch nicht fertig ?... Elisa, bist du fertig ? - so, und jetzt werdet ihr eine Farbe nehmen - Also... ja Astrid ? - nein, du nimmst eine Farbe !
2 Consignes données	- Also, ihr schreibt nach der Photokopie : Rätsel 1... Also, ihr werdet ein Quadrat zeichnen, ein Quadrat mit euh... mit einer *Seite von 4 cm. Ihr könnt die *Linien des Heftes folgen... mit dem Bleistift werdet ihr ein Quadrat ABCD zeichnen... mit einer *Länge von 4 cm. [le professeur réalise la figure au tableau] - also, wir werden jetzt... wir nennen E, F, G, H die Mittelpunkte der Strecken [AB] ; [BC] ; [CD] und [DA], also ihr nennt E, F, G, H die Mittelpunkte der Strecken [AB] ; [BC] ; [CD] und [DA]. Wir werden die Kennzeichnungen nicht vergessen ! [le professeur ajoute les codages sur la figure]. - und ihr werdet dann die *Strecken [EH] zeichnen, die Strecke [BD] zeichnen und die Strecke [FG] zeichnen. - und wir werden die Figur EBDH zeichnen,
3 Questions et corrections	- wie nennt man die letzte Figur da ? - So und diese Figur, die wir jetzt sehen, diese Figur euh... ist, scheint welches Quadrat zu sein, euh... nicht welches Quadrat sondern welches, welches Viereck zu sein ?
4 Enoncés reformulés	- Also, ihr sollt ein Quadrat ABCD zeichnen, so dass AB euh... 4 cm misst und ihr werdet die Linien folgen. [les élèves tracent le carré] - Also, ich sage es noch einmal : ihr müsst ein Quadrat ABCD zeichnen, dann die Mittelpunkte der Streck... der Strecken [AB] ; [BC] ; [CD] und [DA]. Dann werdet ihr die Kennzeichnungen nicht vergessen - Ihr zeichnet die Strecken [EH], [BD] und [FG]. [le professeur passe dans les rangs et redonne les consignes à quelques élèves] - also ihr werdet die Figur EBDH zeichnen. - Diese Figur scheint welches Viereck zu sein ? Thomas ?
5 Reprise des réponses des élèves en vue de confirmation ou de correction	- ein Trapez genau,
6 Notes dictées	- Also, ihr werdet die Anweisungen hier schreiben, dieses...
7 Devoirs donnés	- also die Übungen, die ihr für Morgen euh... zu finden habt, sind solche... solche Übungen mit Zahlenstrahlen...

Comment communiquent les élèves ?

1 Langage de groupe	
2 Relecture d'énoncés	
3 Réponses données et/ou incompréhension formulée	- ja ! nein ! [mélangés...] - ja ! - müssen wir euh... [inaudible] - ein Trapez
4 Explicitation de la résolution d'un exercice, description d'un processus	
5 Prises de notes dictées par le professeur	
6 Propre production écrite	

Que peut-on remarquer en analysant cette transcription ?

Dans ce deuxième exemple, qui se situe après $\frac{3}{4}$ h de cours environ, l'enseignante impulse une activité mathématique un peu moins répétitive que les précédentes, destinée à créer un lien entre le domaine numérique, où les fractions représentent des quotients de nombres, et le domaine géométrique, où elles permettent de "quantifier" le partage d'une surface en portions égales.

Le langage de groupe activé par l'enseignante :

- explique ce qui va suivre et quels outils sont nécessaires : *Zum Schluss werden wir ein Rätsel machen ; jetzt werdet ihr eine Farbe nehmen*, consigne reconfirmée une seconde fois à une élève : *nein, du nimmst eine Farbe !*
- s'intéresse au bon suivi des élèves : *Seid ihr alle fertig ? Ich lasse euch noch eine Minute, um diese Zahl hinzuschreiben. Ist es klar für alle ? Wer ist noch nicht fertig ?*
- active des *Kontaktsignale*, comme : *so, zum Schluss, also*.

Les consignes données par l'enseignante sont exprimées au présent :

- *Ihr schreibt nach der Photokopie, ihr werdet ein Quadrat zeichnen, ihr werdet dann die Strecken [EH] zeichnen, die Strecke [BD] zeichnen und die Strecke [FG] zeichnen.*

- *Ihr nennt E, F, G, H die Mittelpunkte der Strecken [AB] ; [BC] ; [CD] und [DA].*
L'enseignante emploie *ihr* quand elle s'adresse exclusivement au groupe-élèves et *wir*, quand elle s'inclut dans la démarche à effectuer, en répétant la consigne :

- *Wir werden jetzt..., wir nennen E, F, G, H die Mittelpunkte der Strecken [AB] ; [BC] ; [CD] und [DA]. Wir werden die Figur EBDH zeichnen. Wir werden die Kennzeichnungen nicht vergessen !* [Le professeur ajoute les codages sur la figure].

Remarquons que l'enseignante n'emploie pas, comme dans les consignes écrites du céderom, de forme impérative : *nenne, zeichne, schreibe* ou *schreibt*.

Les questions posées par l'enseignante cherchent à faire identifier, par les élèves, la figure obtenue : *Wie nennt man die letzte Figur da ? Diese Figur scheint welches Viereck* (elle s'est corrigée après avoir d'abord parlé de *Quadrat*) *zu sein* ? Cette dernière question est reprise une deuxième fois et la réponse confirmée aux élèves : *ein Trapez, genau !*

Les énoncés sont à nouveau repris par l'enseignante.

La consigne de "tracer un carré donné" est reprise par 3 fois :
Une première fois : *also ihr werdet ein Quadrat ABCD zeichnen mit einer Seite von 4 cm.*
Une deuxième fois avec reformulation : *ihr sollt ein Quadrat zeichnen, so dass AB 4 cm misst.*
Et une troisième fois, enfin : *ich sage es noch einmal, ihr müsst ein Quadrat ABCD zeichnen.*
Notons l'emploi successif, dans un même exercice, des verbes *werden, sollen, müssen*.

L'exercice traité ici ne se trouvant pas sur les photocopies des élèves, l'enseignante fait noter la consigne aux élèves sur leur cahier : *Ihr werdet die Anweisungen hier schreiben !*

Des devoirs sont donnés et explicités : *Also die Übungen, die ihr für Morgen euh... zu finden habt, sind solche... solche Übungen mit Zahlenstrahlen...*

L'implication et la participation orale des élèves est encore plus faible dans cet exemple-ci que dans les précédents, elle se réduit à :

- *ja, nein* quand le professeur cherche à savoir s'ils ont effectué la consigne donnée,
- une question exprimant la non-compréhension : *müssen wir euh...* [inaudible],
- une réponse mathématique guidée par la question de l'enseignant : *ein Trapez.*

II 3.3. Comparaison des quatre exemples précités et du document écrit

En ce qui concerne les cours enregistrés, force nous est de constater, après avoir analysé ces quatre exemples, ce qui pouvait sembler être une évidence, mais nécessitait tout de même vérification : le professeur parle bien davantage que les élèves, conduit et mène le déroulement du débat, sous forme de questions-réponses, guidé par les consignes écrites des exercices. Ainsi, comme l'exprimaient MAIER et SCHWEIGER (1999, p. 149) le cours de mathématiques est un : « *suggestiv, gesteuerter Lehrervortrag aus dem Munde des Schülers* ». Ce qui semble évident à l'enseignant, au point qu'il lui arrive de ne plus savoir comment reformuler la question ou la consigne posée pour en faciliter la compréhension, peut demeurer totalement hermétique à l'élève, qui n'en a pas la même vue d'ensemble. Ce discours, obscur et non maîtrisé, peut lui apparaître alors comme totalement arbitraire.

On constate aussi qu'un certain nombre de phrases, commencées par l'enseignant n'aboutissent pas, sont incomplètes et/ou reprises différemment. Est-ce dû à la plus ou moins bonne maîtrise de la langue allemande par l'enseignant ou est-ce, de manière plus générale, propre au déroulement d'un cours où le professeur, parlant spontanément, doit pouvoir rediriger différemment son questionnement ?

Le terme de *Kolonne* (traduction littérale du mot "colonne" d'un tableau) a été employé par le professeur (cf. II 3.1. exemple 1), en lieu et place de *Spalte*. Le terme n'est certes pas exact, linguistiquement parlant, mais n'empêche nullement d'en comprendre le sens mathématique, bien au contraire, puisqu'il présente une forme de "transparence" pour un élève français.

Remarquons aussi que, dans les consignes écrites du cédérom, on s'adresse directement à l'élève, comme si le contact était frontal entre deux interlocuteurs : *zeichne, übertrage, berechne* alors que pendant le cours, le professeur s'adressant à tout un groupe-classe emploie une forme plus "collective".

Ainsi, par exemple, pendant le cours sur *Längenmessung und Umfang* on entend : *Könnt ihr mal das Übungsheft nehmen ? Guckt mal, das steht da !*

Pendant le cours sur *Brüche* il est dit : *Ihr werdet mir wiederholen... Ihr werdet zeichnen*. Il semble que, pendant le cours lui-même, l'enseignant se trouve plutôt dans une didactique "explicative", où il structure les différentes activités présentées, dans le souci

d'impulser une dynamique d'ensemble. Il ne s'adresse pas à l'élève "individu", mais à l'élève en tant que "faisant parti d'un groupe classe".

La production orale des élèves se résume à quelques mots, relevant soit du langage courant (discours de classe) : *Guten Tag, ja, nein, einfach..., wir haben...* soit du langage mathématique : *Vieleck, Dreieck, Kreise, ein Radius, ein Durchmesser, Sehne*.

La seule production "spontanée" relevée, exprime l'incompréhension : *ich habe die Sätze nicht verstanden*. Cela reste, somme toute, d'une relative "pauvreté linguistique".

Comment, dès lors, enrichir production et communication verbales en cours ?

Ne serait-il pas envisageable de donner aux élèves de sites bilingues ou de sections européennes, un modèle du répertoire fonctionnel (version adaptée à chaque niveau de classe) et du langage de groupe (cf. II 1.2. et II 1.3.), où ils pourraient trouver toutes les ressources langagières dont ils ont besoin ? Cela ne permettrait-il pas d'optimiser le bénéfice cognitif, au moins sur le plan linguistique ?

II 4. Analyse comparative des cours enregistrés et des consignes écrites du cédérom

Nous avons fait un certain nombre de remarques, à partir de l'étude sommaire des quatre exemples, tirés des cours enregistrés. Essayons, à présent, de faire une étude comparative entre l'écrit et l'oral (sur l'ensemble du corpus enregistré), en reprenant les points marquants, déjà relevés, dans l'analyse des deux chapitres du cédérom. Dans l'ensemble de cette partie, nous symboliserons par E-LU et O-LU, respectivement l'écrit et l'enregistrement oral du chapitre *Längenmessung und Umfang*, et par E-B et O-B, respectivement l'écrit et l'enregistrement oral du chapitre *Brüche*.

II 4.1. Fréquence d'apparition de certains mots, en particulier : substantifs et verbes

Quels mots reviennent le plus fréquemment et sous quelle forme ?

Parlons, tout d'abord, de l'utilisation de *also*. Dans E-LU et E-B, il n'apparaît qu'une seule fois, jouant le rôle du connecteur logique "donc", mettant en forme, linguistiquement et mathématiquement, la trame d'un raisonnement hypothético-déductif :

- *Du bist an der Hüfte ungefähr 65 cm breit, also bist du ein wenig dicker geworden !*
- *Jedes Kind bekommt daher von jeder der beiden Pizzas ein Drittel oder $\frac{1}{3}$, also insgesamt...*

Dans O-LU et O-B, il apparaît, respectivement 313 fois et 107 fois, mais y représente plutôt un "faux lien" dans la trame du cours, comme un sorte de "tic" du langage, un mot servant à "gagner du temps". Exemples :

- *Also erstmal, ergänze die Tabelle, falls du dich nicht erinnerst, guck in deinem Unterrichtsheft nach, ok ? Also wir haben schon die erste *Kolonne da ergänzt, letztes Mal.*
- *Also, und dann, nächste Figur, wie nennt man diese Figur da ? (O-LU)*
- *So, also wir werden zuerst... euh... einige... Wörter wiederholen. Also, wie nennt man was ich da jetzt an die Tafel schreibe ?*
- *Also ihr werdet mir wiederholen : bis, bis 19, wird welches Suffix benutzt oder angehängt ? (O-B)*

Nous nous contenterons, pour la suite de cette étude, de comparer la fréquence d'apparition des substantifs (noms) et des verbes, sans faire de distinction entre mots du langage courant et mots spécifiques aux mathématiques. Le critère de sélection retenu est leur plus ou moins grande fréquence d'apparition, soit à l'écrit, soit à l'oral. Concernant les verbes, nous nous intéresserons, également, aux verbes à particule séparable et aux verbes de

modalité : *dürfen* ; *können* ; *mögen* ; *müssen* ; *sollen* ; *wollen*. Les résultats sont présentés sous forme de tableau, et les mots y sont classés par ordre alphabétique.

Légende : les **nombre**s en rouge concernent la fréquence d'apparition des mots dans le corpus écrit, les **nombre**s en bleu, la fréquence d'apparition des mots dans le corpus oral.

	Substantifs	Verbes
E-LU et O-LU	Aufgabe (30;4) ; Beispiel (11;3) ; Durchmesser (16;28) ; Figur (30;66) ; Komma (0;4) ; Kreis (35;78) ; Kreiszahl (7;2) ; Länge (69;2) ; Quadrat (16;12) ; Rechteck (23;4) ; Seite (29;37) ; Seitenlänge (11;3) ; Umfang (86;65) ; Zahl (14;3) ;	addieren (2;12) ; annehmen (2;1) ; benutzen (2;19) ; dürfen (0;0) ; berechnen (25;62) ; geben (12;6) ; gucken (0;23) ; kennzeichnen (1;7) ; können (10;79) ; messen (30;3) ; mögen (0;0) ; müssen (2;86) ; nehmen (0;7) ; sollen (0;14) ; teilnehmen (0;1) ; umwandeln (6;11) ; wollen (0;29) ; zeichnen (14;54) ;
E-B et O-B	Aufgabe (27;1) ; Beispiel (18;4) ; Ergebnis (9;0) ; Figur (5;48) ; Komma (0;19) ; Mittelpunkt (5;3) ; Nenner (29;19) ; Punkt (17;0) ; Rechteck (17;0) ; Viertel (24;87) ; Zähler (22;3) ;	anhängen (0;1) ; aufzeichnen (0;1) ; berechnen (6;1) ; dividieren (3;7) ; dürfen (3;0) ; ergänzen (14;1) ; färben (9;15) ; geben (3;3) ; eintragen (7;23) ; hingehen (0;1) ; hinlegen (0;4) ; hinschreiben (0;25) ; hinsetzen (0;2) ; hinstellen (0;4) ; hinzeichnen (0;1) ; können (0;17) ; lesen (0;22) ; mögen (0;0) ; nehmen (2;15) ; müssen (5;32) ; schreiben (5;15) ; sollen (1;16) ; wollen (0;1) ; zeichnen (4;17) ; zurückkehren (0;1) ;

En ce qui concerne les noms, on constate que *Figur* revient très souvent à l'oral, tant dans les activités géométriques que numériques. C'est, en mathématiques, une sorte de mot "passe-partout" ou "fourre-tout".

Les mots spécifiques aux mathématiques (*Durchmesser*, *Quadrat*, *Mittelpunkt*, *Nenner*) ont une fréquence assez semblable à l'écrit et à l'oral, à l'exception de *Länge*, *Rechteck*, *Punkt*, *Zahl* et *Zähler*. Cela est probablement dû au type d'exercices traités, lors des cours enregistrés. Notons, encore, la très grande présence de *Viertel*, qui de fait n'est apparu

que 9 fois sous cette forme précise, mais 87 fois en comptabilisant tous les *Drittel*, *Sechstel* et autres noms de fractions se terminant par *tel* ou *stel*.

Komma (virgule) est un mot typique de l'oral, inexistant à l'écrit puisque, dans un exercice ou problème d'un manuel, il s'écrit sous forme du symbole "," mais ne se prononce pas, a priori.

En ce qui concerne les verbes, il y en a 6 qui apparaissent, de par leur fréquence, comme typiquement utiles ou fréquents à l'oral : *berechnen*, *gucken*, *lesen*, *nehmen*, *schreiben* (et sa variante *hinschreiben*) ainsi que *zeichnen*.

Qu'en est-il de leur forme d'utilisation à l'oral ?

Le verbe *berechnen*, par exemple, apparaît à 30 reprises à l'infinitif (*berechnen*) ; 17 fois au présent (*ich berechne*, *sie berechnet*, *ihr berechnet*) ; 10 fois sous forme de question (*wie berechnet man ?*) ; 2 fois à l'impératif : (*berechne*) et 1 fois au participe passé (*wir haben berechnet*). Il est 2,5 fois plus fréquent à l'oral qu'à l'écrit, puisqu'il guide les activités mathématiques et assure une certaine continuité dans le cours. Mais un professeur, "locuteur natif", dont la langue allemande serait la langue maternelle, n'aurait-il pas davantage décliné d'autres formes du verbe *berechnen*, comme *rechnen* ou *ausrechnen*, par exemple ? Cette question demanderait, sans doute, une observation de classes de mathématiques en Allemagne. Notons, cependant, que le verbe *rechnen* n'apparaît qu'une seule fois à l'écrit, sachant que des manuels allemands de mathématiques ont servi de "base linguistique" pour la création du document de travail.

Le verbe *nehmen*, lui, apparaît, à l'écrit, 1 fois à l'infinitif et 1 fois à l'impératif (*nimm*), par contre, à l'oral il est présent 16 fois à l'infinitif, 5 fois au présent (*du nimmst* ou *ihr nehmt*) et 1 fois au participe passé (*du hast genommen*).

Le verbe *gucken*, ne se rencontre que dans le discours oral (21 fois), puisqu'il signifie, en langage familier, regarder, jeter un œil. Il est presque toujours (19 fois) à l'impératif : *guckt mal* et par 2 fois à l'infinitif : *wir werden gucken*.

Benutzen est également plus présent à l'oral qu'à l'écrit. Il sert, lui aussi, de "trame linguistique" au déroulement d'un cours. C'est un peu un verbe "passe-partout" : *Welches Instrument wird man benutzen ? Welche Eigenschaft werden wir benutzen ? Welches Symbol kann ich jetzt benutzen ?* Un professeur, "locuteur natif", n'aurait-il pas varié davantage en employant, par exemple, *anwenden* ?

Le verbe *geben* (et ses variantes *abgeben* ou *angeben*) n'apparaît, à l'écrit que sous la forme passive (*angegeben*, *abgegeben*, *gegeben ist*, *es gibt*, *es gab*), alors que l'oral active

aussi l'infinitif (*Wir können ihm einen Namen geben. Wer will seine Lösung geben ?*) et l'impératif (*Gib die Dezimalschreibweise an !*).

Lesen se décline 8 fois à l'infinitif et 14 fois au présent, comme par exemple dans :
Wie liest du den Bruch ?

Les verbes à particule séparable sont bien représentés à l'oral, et de manières très diverses.

Umwandeln, est bien plus présent à l'oral qu'à l'écrit, mais toujours à l'infinif : *zuerst sollt ihr umwandeln, du musst jetzt umwandeln, ich will nun umwandeln*. A l'écrit, il se présente 3 fois à l'infinitif et 3 fois à l'impératif, comme dans : *wandle in cm um*.

De même, les verbes *hinschreiben* et *hinstellen*, présents uniquement à l'oral, sont toujours donnés sous la forme infinitive : *du sollst den Bruch auf den Zahlenstrahl hinschreiben*. Ce type de consigne orale donne lieu aussi à l'utilisation de *hinlegen* : *Wo würdest du $\frac{7}{4}$ hinlegen ?* ou de *hinstellen* : *Du musst noch den Bruch hinstellen. Du hast den Bruch hingestellt !*

Par contre, le verbe *eintragen*, proposé à l'écrit dans la consigne suivante : *Trage den Bruch auf den Zahlenstrahl ein*, est utilisé bien davantage à l'oral (23 fois) qu'à l'écrit (7 fois). A l'écrit, on le rencontre à l'infinitif *eintragen* mais aussi à l'impératif *trage ein*. A l'oral, par contre, on le rencontre à nouveau à l'infinitif, mais aussi sous forme de particule séparable, l'enseignante donnant, à plusieurs reprises, la consigne : *Du wirst an die Tafel kommen, um die zwei ersten Brüche einzutragen !*

D'autres, comme *annehmen*, *teilnehmen*, *anhängen*, *aufzeichnen*, *hingehen*, *hinzeichnen*, et *zurückkehren*, sont inexistantes à l'écrit, et employés 1 seule fois à l'oral : *Wir werden annehmen. Sie wird an unserem Unterricht teilnehmen. Welche Ziffer könnte man dazu anhängen. Du sollst ein Kreuz aufzeichnen. Du kannst wieder an deinen Platz hingehen. Welche Linie soll ich hinzeichnen ? Du kannst an deinen Platz zurückkehren.*

Il est certain que les mathématiques permettent une utilisation constante de tels verbes. Joindre les consignes écrites aux consignes orales permet de les utiliser sous des formes plus variées, "séparant la particule" de manière assez "naturelle". L'écrit emploie relativement peu

de tels verbes, mais les conjugue de manière plus variée, l'oral en utilise une grande diversité, mais la plupart du temps, ils y sont donnés à l'infinitif.

Notons encore, qu'à l'oral, l'enseignante a reformulé la consigne écrite du cédérom *Du wirst den Bruch auf den Zahlenstrahl eintragen*, tantôt par *Du wirst den Bruch auf den Zahlenstrahl hinschreiben* et tantôt par *Du wirst den Bruch auf den Zahlenstrahl auftragen*.

Concernant l'utilisation très fréquente (25 fois) de *hinschreiben*, ne pourrait-on pas faire le même genre de remarque, que pour les verbes *berechnen* et *benutzen* ? Ainsi, un professeur, "locuteur natif", n'aurait-il pas employé davantage de variantes, comme *anschreiben*, *aufschreiben* ou *niederschreiben* ? L'enseignante utilise également *hinstellen* alors que, dans le document, on trouve *darstellen*. Sans doute, se heurte-t-on là, aux limites linguistiques des enseignants en sites bilingues, qui ont certes des documents authentiques à leur disposition, mais ne disposent pas forcément du temps nécessaire, pour s'y plonger et s'en imprégner !

Les verbes de modalité activés à l'oral (O-LU) sont : *können* (79 fois), *müssen* (86 fois), *sollen* (14 fois), et *wollen* (14 fois), et ils y sont bien plus fréquemment utilisés qu'à l'écrit. On les retrouve constamment dans les questions posées ou les consignes données : *wer kann mir die Antwort geben ? Zuerst musst du den Satz ergänzen ! Ihr sollt berechnen... Wer will seine Lösung geben ?* Les 2 autres verbes de modalité, *dürfen* et *mögen* sont inexistants, tant à l'écrit qu'à l'oral.

Les verbes de modalité activés à l'oral (O-B) sont les mêmes que précédemment : *können* (17 fois), *müssen* (32 fois), *sollen* (16 fois), et *wollen* (1 fois). Ils sont bien plus souvent présents qu'à l'écrit, exception faite de *wollen*, que l'on ne rencontre qu'une seule fois : *ich will zuerst die Strecke in gleiche Teile schneiden*. On les retrouve, à nouveau constamment dans les questions posées, les consignes et/ou les explications données : *diesen Bruch kann man nicht mit Dezimalzahlen schreiben. Du kannst wieder an deinen Platz gehen. Welche Antwort können wir geben ? Wie viele Stücke müssen wir färben ? Du musst den Bruch hinstellen. Also, was muss ich nehmen ? Wie viele Stücke sollst du färben ?*

Après cette constatation, il me semble que l'hypothèse selon laquelle les verbes de modalité sont plus fréquemment employés à l'oral qu'à l'écrit est confirmée.

II 4.2. Visualisation de champs sémantiques

Essayons, à présent, de visualiser le champ sémantique des mots *lang* et *Bruch*, en cherchant la fréquence de toutes leurs apparitions, à la fois écrites et orales, sous forme d'adjectifs, de noms ou de verbes. Ils ont été choisis, puisqu'ils sont très présents dans les activités géométriques et numériques correspondantes.

Signalons que le corpus O-LU et O-B représente une durée totale de 3h (2h d'enregistrement pour les activités géométriques et 1h pour les activités numériques), alors que le corpus écrit s'étend en moyenne sur 3 semaines par chapitre, soit : 3 (semaines) × 2 (nombre de chapitres) × 2 (nombres d'heures de mathématiques en allemand par semaine) = un total de 12h. Le corpus oral représente donc, environ, le quart du temps du corpus écrit. Dans les tableaux 9 et 10 ci-dessous, les **nombre en rouge montrent la fréquence d'apparition des mots dans le corpus écrit**, les **nombre en bleu, celle des mots dans le corpus oral**.

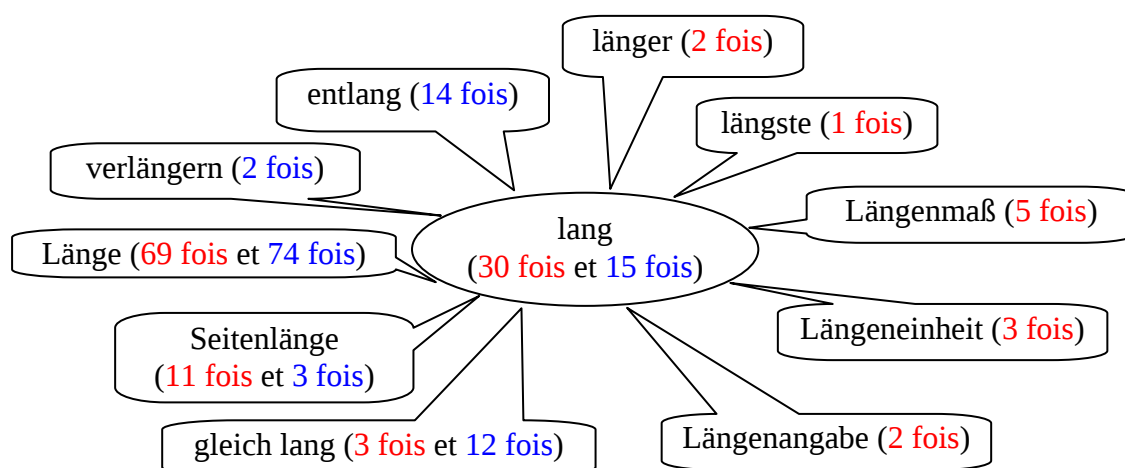


Tableau 9 : Champ sémantique de *lang*, établi à partir du corpus écrit et oral

On voit que l'écrit n'active pas les mêmes formes sémantiques de *lang* que l'oral, à l'exception de *lang*, *Länge*, *Seitenlänge* et *gleich lang*, cette dernière expression étant 4 fois plus présente à l'oral qu'à l'écrit, alors que le temps consacré à l'écrit est, normalement, 4 fois plus long.

Le comparatif *länger* et le superlatif *längste* ne sont employés qu'à l'écrit.

Dans O-LU, on rencontre deux mots, ayant la "même forme linguistique de surface" que *lang*, mais dont le sens est tout autre. Il s'agit de *anbelangt*, dans la phrase *Was das Umwandeln anbelangt* (en ce qui concerne la conversion d'unités) et *verlangt* dans la phrase *Das hab' ich nicht verlangt* (je n'avais pas demandé cela).

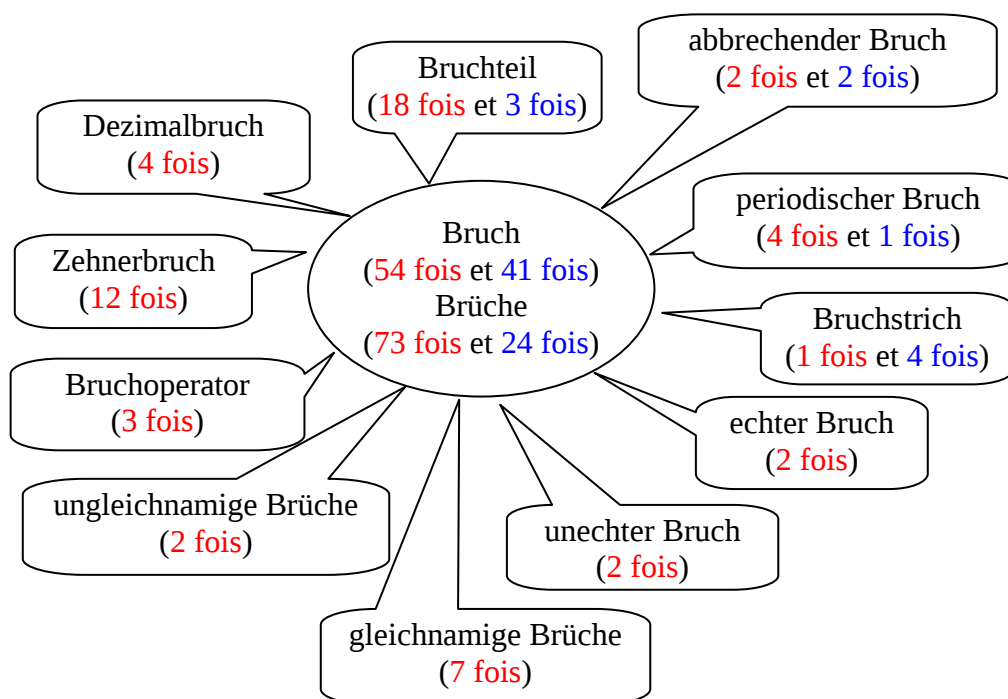


Tableau 10 : Champ sémantique de *Bruch*, établi à partir du corpus écrit et oral

Le mot *Bruch* et son pluriel *Brüche* sont très fréquemment employés, tant à l'écrit qu'à l'oral, ce qui s'explique très aisément par le thème mathématique dont il est question.

On retrouve *abbrechender Bruch* (fraction possédant une écriture décimale exacte), *periodischer Bruch* (fraction dont l'écriture décimale n'est qu'approchée) et *Bruchstrich* (trait de fraction) à l'écrit, comme à l'oral, puisque l'enseignante révisait, ce jour-là, le vocabulaire déjà introduit sur les fractions. Notons d'ailleurs, que les termes de *abbrechender Bruch* et *periodischer Bruch* n'avaient été donnés dans le cédérom que sous forme de remarque, signalant l'existence de ces deux concepts en langue allemande, alors que la langue française est obligée de recourir à une périphrase. Le fait que l'enseignante les donne à ses élèves ne représente-t-il pas, à la fois, un bénéfice pour les mathématiques et pour la langue allemande ? Le terme de *Bruchteil*, employé fréquemment à l'écrit, est utilisé à l'oral dans la correction des exercices.

Par contre, *Dezimalbruch*, *Zehnerbruch*, *Bruchoperator*, *echter* et *unechter Bruch*, *gleichnamige* et *ungleichnamige Brüche* sont absents dans cette séquence orale : le cours sur les fractions n'étant, probablement, pas encore suffisamment avancé pour les activer. Il serait certes intéressant, pour les élèves (pour des raisons déjà évoquées de compréhension du concept mathématique), de connaître les expressions *echter* et *unechter Bruch*. Cependant, pour pouvoir faire une analyse comparative plus pertinente entre l'écrit et l'oral, ne faudrait-il pas enregistrer l'intégralité des cours effectués sur un même thème mathématique ?

II 4.3. Comparatifs et superlatifs

Dans le chapitre écrit, *Längenmessung und Umfang*, nous avons noté l'emploi fréquent du comparatif et superlatif (cf. II 2.1) et nous avons émis l'hypothèse que certains thèmes mathématiques (celui-ci en particulier), permettaient de travailler ces formes grammaticales particulières. Or, dans l'enregistrement oral correspondant, on ne retrouve que *größer* (20 fois), et son contraire *kleiner* (23 fois) dans un exercice de conversions d'unités, pour exprimer, que 1dam est "10 fois plus grand" que 1m, et "10 fois plus petit" que 1hm.

Le chapitre écrit, *Brüche*, activait également quelques comparatifs, quoique moins fréquemment, mais aucun superlatif (cf. II 2.2). Le cours enregistré sur *Brüche* montre l'utilisation "naturelle" du comparatif *einfacher* (4 fois) et de son contraire *schwieriger* (2 fois), pour annoncer la plus ou moins grande difficulté des exercices qui allaient suivre : *es wird einfacher sein. Und jetzt ein wenig schwieriger*. On y trouve une fois le superlatif *einfachsten* mais pas son contraire : *ich werde die einfachsten Antworten hinschreiben*.

On trouve également, dans les deux cours enregistrés, le comparatif *besser* (à 6 reprises). Il y est employé naturellement dans le questionnement : *geht's besser ?* On le trouve encore, sous entendu, dans le verbe *verbessern*, fréquemment utilisé en classe aussi.

Il semblerait donc, que les expressions du comparatif (ou superlatif) rencontrées à l'oral diffèrent de celles de l'écrit, ces dernières étant plutôt induites par des activités mathématiques alors qu'à l'oral, elles relèvent plutôt du domaine du discours de classe.

II 4.4. Quels types de questions sont au service des mathématiques ?

Nous avons également émis l'hypothèse, à la lecture des consignes du chapitre écrit, *Längenmessung und Umfang*, que les *Wie/Welche-Fragen* induisaient des questions plus mathématiques, en règle générale, que les questions introduites par *Was*, par *Wer* ou par un verbe. Essayons, à présent, d'examiner de plus près, comment et par quels types de questions, les enseignants ont conduit le déroulement du cours. Afin de pouvoir effectuer cette analyse, nous allons regrouper dans un tableau toutes les questions différentes, posées par les deux enseignants, en les classant selon leur ordre d'apparition dans le cours et en distinguant, celles relevant du discours de classe, de celles plus spécifiques aux mathématiques. Nous ne tiendrons pas compte de leur fréquence d'utilisation.

Längenmessung und Umfang	
Questions plus générales	Questions spécialisées
<u>Questions introduites par Warum :</u> Néant <u>Questions introduites par Was :</u> - Was hab'ich euch gefragt ? - Was für einen Fehler habe ich da gemacht ? - Was hast du zuerst gemacht ? - Was hast du geschrieben ? - Was erkenn' ich da ? - Was können wir nicht machen ? - Was brauchst du, um diese Übung zu machen ? - Was muss ich jetzt tun ? - Was bedeutet innerhalb ? - Was wissen wir noch ? - Was fehlt jetzt noch ? - Was muss ich noch sagen ? - Was hab'ich vergessen ? - Was muss ich jetzt unbedingt tun ? - Was meint ihr, ist das richtig ? - Was wissen wir noch ? - Was können wir da (jetzt) sagen ? - Was muss ich hinschreiben ? - Was hat sie da in die Tabelle geschrieben ? - Was muss ich jetzt tun ? - Was lese ich ? - Was mache ich damit ? - Was les' ich jetzt ? - Was bedeutet es ? - Was haben wir daneben ? <u>Questions introduites par Welche :</u> Néant <u>Questions introduites par Wer:</u> - Wer kann mir die Übung nochmal lesen ? - Wer will dann die zweite Frage da	<u>Questions introduites par Warum :</u> - Warum sind die Strecken [ED] und [AD] gleich lang ? - Warum kann ich das behaupten, das es hier *ein¹⁰ *rechter Winkel gibt ? - Warum kann ich behaupten, dass CD 8 cm lang ist <u>Questions introduites par Was :</u> - Was für eine Operation macht man da ? - Was ist deine Lösung ? - Was kann man über die Geraden (d₁) und (d₂) behaupten ? - *An was¹¹ erkennt man, dass es ein Rechteck ist ? - Was muss ich zuerst herausfinden, um den Halbkreis zu zeichnen ? - Was ist ein Halbkreis ? - Was soll ich jetzt für ein Dreieck zeichnen, ein ? - Was muss ich zeichnen ? - Was sollt ihr jetzt berechnen ? - *Aus was¹² besteht diese Figur ? - Was benutzt man am meisten, um eine Länge zu messen ? <u>Questions introduites par Welche :</u> - Welchen Trick kann man da anwenden ? - Mit welchem Punkt fängst du an ? - Welche Rechnung muss ich jetzt schreiben ? - Welche Instrumente braucht man dazu, um eine Parallele zu zeichnen ? - Welches Instrument muss ich zuerst benutzen ? - Welche Länge kennen wir ? - Welches Symbol kann ich jetzt benutzen ? - Welche Strecken *wird, werden gesucht ? <u>Questions introduites par Wer :</u> Néant <u>Questions introduites par Wie (ou wie viel):</u> - Wie berechnet man den Umfang dieser Figur ? - Wie nennt man diese Figur da ?

¹⁰ L'astérisque signale une erreur linguistique

¹¹ On devrait dire *Woran*

¹² On devrait dire *Woraus*

lesen ? - Wer will seine Lösung lesen ? - Wer kennt das Ergebnis ? - Wer weiß das ? - Wer will das tun ? - Wer will uns das an der Tafel zeigen und uns erklären ? - Wer will das an die Tafel schreiben? - Wer kann mir das erklären ? - Wer hat's nicht herausgefunden ? - Wer hat Probleme ? - Wer will mir erklären... ? <u>Questions introduites par Wie :</u> - Wie lautet dann die zweite Frage ? - Wie geht's dann weiter ? <u>Questions introduites par Wo :</u> - Wo liegt das Problem ? <u>Questions introduites par Woran :</u> - Woran liegt es ? <u>Questions restantes, ne pouvant être classées dans aucune des catégories précédentes :</u> - Könnt ihr mal das Übungsheft nehmen ? - Seht ihr alle gut an die Tafel ? - Kein Problem ? - Ist alles ok für alle ? - Seid ihr damit einverstanden ? - Etwas hab'ich da vergessen : die... ? - habt ihr noch Fragen darüber ? - Kann ich das wegwischen ? - Hast du das verstanden ? - Habt ihr noch Fragen, ja ? - Braucht man das zu tun ? - Habt ihr die drei Fragen da gelesen ? - Seid ihr alle soweit ? - wer nicht ? - Gibt es ein Problem ? - Geht's besser ? - Seht ihr alle das Blatt da gut an der Tafel ? - Wisst ihr warum ich diese Frage da stelle ?	- Wie berechnet man den Umfang eines Dreiecks ? - Wie berechnet man den Umfang dieses Rechtecks ? - Wie nennt man das ? - Die erste Methode, um den Umfang eines Quadrats zu berechnen, also wie kann man das tun ? - Wie nennt man den Punkt O ? - Wie nennt man diese Strecke da ? - Wie berechnet man den Umfang eines Kreises, wenn wir den Durchmesser kennen ? - π ist ungefähr wie viel wert ? - Wie viele Seiten hat dieses Vieleck ? - 17,4 cm sind wie viele mm ? - 1,1 dm sind wie viel Zent, wie viele cm ? - Wie lautet deine Lösung ? - Wie kann man das noch anders berechnen ? - Wie kann man das ganz schnell berechnen ? - Die letzte Methode, wie lautet die ? - Wie berechnet man den Umfang dieses Quadrats ? - Wie nennt man dieses Instrument ? - Wie nennt man das für ein Dreieck, ein ? - Wie berechnet man die Länge dieses Halbkreises? - Wie viel mal steht die 8 ? - 1cm ist also wie viel mal kleiner als 1m ? <u>Questions introduites par Wo :</u> - Wo fängst du an, in welchem Punkt ? - Wo ist dieser Punkt D ? - Wo liegt er, der Punkt E ?... - Wo liegt der Mittelpunkt ? - Wo steht das Komma ? <u>Questions introduites par Woran :</u> Néant <u>Questions restantes, ne pouvant être classées dans aucune des catégories précédentes :</u> - Diese Figur, *das nennt man ein ? - Und wenn wir jetzt den Satz anwenden an unserem Dreieck, also Umfang ist gleich ? - Das Rechteck und Plural ? - Ein Quadrat ist ein besonderes... ? - Fehlt noch etwas oder haben wir jetzt alles, um den Umfang zu berechnen ? - Gibt es keine einfache Lösung ? - Die Spitze, die muss innerhalb oder außerhalb des Rechtecks liegen ?
--	---

Brüche	
Questions plus générales	Questions spécialisées
<u>Questions introduites par Warum :</u> Néant <u>Questions introduites par Was :</u> Néant <u>Questions introduites par Welche :</u> - Welche andere Antwort hätten wir geben können ? <u>Questions introduites par Wer:</u> - Wer erinnert sich daran, ja ? - Wer ist noch nicht fertig ? - Wer hat eine Idee ? - Wer hätte noch eine Idee, ja ? <u>Questions introduites par Wie :</u> Néant <u>Questions introduites par Wo :</u> Néant <u>Questions introduites par Woran :</u> Néant <u>Questions restantes, ne pouvant être classées dans aucune des catégories précédentes :</u> - Habt ihr alle richtig, ja ? - Habt ihr alle verstanden, ja oder nein ? - Ist es richtig für alle ? - Ist es klar für alle ? - Seid ihr alle fertig ? - Seid ihr alle einverstanden ? - Sieht man das ja oder nein ? - Ihr versteht was das heißt, eine Stange, ja ? - das heißt... Alister ? - bist du sicher ? - Elisa, bist du fertig ? - Sind alle einverstanden mit dieser Antwort?	<u>Questions introduites par Warum :</u> - Warum kann man die Antwort $\frac{1}{4}$ nicht nehmen ? <u>Questions introduites par Was :</u> Néant <u>Questions introduites par Welche :</u> - bis 19, wird welches Suffix benutzt oder angehängt ? - Der Bruch $\frac{3}{4}$ ist welcher Dezimalzahl gleich ? - Welchen Bruch hast du für die zweite Figur gehabt ? - Welcher Bruch wird durch die gefärbte Fläche dargestellt ? - Welcher Bruchteil ist jeweils euh... gefärbt? - Alle diese Brüche haben welchen Nenner ? - Welche Rechnung machst du, um diese 2 Maßeinteilungen zu haben ? - Welche Dezimalzahl werde ich hier neben diese Maßeinteilung hinschreiben ? - Welche Ziffer könnte man noch anhängen ? - Welche Linie soll ich hinzeichnen, um $\frac{3}{8}$ zu haben ? - 1 ist welchem Bruch gleich mit einem Nenner von 6 ? - Die Figur scheint welches Viereck zu sein ? <u>Questions introduites par Wer :</u> Néant <u>Questions introduites par Wie (ou wie viel):</u> - Wie nennt man was ich da jetzt an die Tafel schreibe ? - Wie wird die Zahl 3 genannt ? - Wie wird die Zahl 4 genannt ? - Wie wird dieser Teil da genannt ? - Wie liest du [elle écrit $\frac{2}{3}$] den Bruch ? - Wie nennt man einen solchen Bruch ? - Wie könnte ich 3 wieder schreiben mit einem Nenner von 4 ? - Wie bekommt man $\frac{3}{8}$? - fünfunddreißig und wie noch ? - diese drei Holzstangen sind in wie viele Stücke geschnitten ? - Wie viele Stücke müssen wir davon färben ? - Wie viele Stücke sollst du färben ? - Wie viele Stücke wirst du färben müssen ? - Wie viele Stücke haben wir ?

	- Wie viele Maßeinteilungen gibt es zwischen 0 und 1 ? - Wie viele Stücke gibt es zwischen 0 und 1 ? - Wie viele Stücke kannst du sehen ? - die Strecke [0 ; 1] ist in wie vielen Stücke geschnitten? - Aus wie vielen Stücken, besteht die Strecke [0 ; 1] ? - Wie viele Maßeinteilungen müssen wir eintragen ? - Wie viele Maßeinteilungen nimmst du ? - Wie viele Maßeinteilungen nach 2 ? <u>Questions introduites par Wo :</u> - Wo steht denn $\frac{13}{6}$? - Wo würdest du $\frac{1}{4}$ eintragen ? - Wo würdest du $\frac{7}{4}$ hinlegen ? - Wo wirst du $\frac{7}{4}$ hinschreiben ? <u>Questions introduites par Woran :</u> Néant <u>Questions restantes, ne pouvant être classées dans aucune des catégories précédentes :</u> - man nennt diesen Bruch ein... ? - du hast drei Sechstel gesagt ? - Nicht dreiundfünfzig sondern... ? - um die Antwort schnell zu bekommen, könnte man welche Ziffer noch hinschreiben ?
--	--

Que peut-on remarquer en analysant ces deux tableaux ?

Nous allons considérer ces deux tableaux dans leur globalité et les analyser ensemble, en respectant l'ordre alphabétique établi entre, les différents pronoms, adjectifs et adverbes interrogatifs cités. Il apparaît, d'ores et déjà évident que, dans le cours sur *Längenmessung und Umfang*, le type de questions est nettement plus diversifié, puisque seulement 4 catégories ne sont pas représentées, contre 8 dans *Brüche*, soit un rapport du simple au double.

Dans les questions introduites par Warum, qui sont l'expression de la cause, 100 % relèvent du domaine mathématique. Nous n'avons pas envisagé le cas des *Warum-Fragen*, quand nous avons posé l'hypothèse que, les questions spécifiques aux mathématiques étaient induites par *Welche* ou *Wie*. En effet, nous avons formulé cette hypothèse, après avoir

analysé le chapitre *Längenmessung und Umfang*, et nous n'y avons comptabilisé qu'une seule question en *Warum*. Sans doute ces questions-là sont-elles plutôt activées à l'oral. A l'écrit, on établira un constat mathématique et on demandera plutôt à l'élève de *begründen*.

Dans les questions introduites par *Was* ou *Woran* (contraction de "*an...was*"), et qui représentent la chose au sujet de laquelle on s'interroge, 71 % sont d'ordre général. Elles sollicitent une explication, un éclaircissement supplémentaire mais ne sont pas nécessairement spécifiques aux mathématiques. On peut trouver : *was hab' ich euch gefragt* , *was hast du geschrieben* ou *woran liegt es* dans n'importe quelle autre discipline. L'objet, au sujet duquel on s'interroge, peut néanmoins être mathématique, comme par exemple : *was muss ich zuerst herausfinden, um den Halbkreis zu zeichnen* ?

Dans les questions introduites par *Welche*, exprimant une interrogation partielle, 96 % relèvent du domaine mathématique. La seule exception, *Welche andere Antwort hätten wir geben können*, pourrait s'appliquer à un autre cours.

Dans les questions introduites par *Wer*, représentant la personne au sujet de laquelle on s'interroge, 100 % sont d'ordre général. Elles n'ont aucun lien particulier avec les mathématiques. Elles s'adressent à l'élève dans le but de susciter de sa part une action, *Wer will uns das an der Tafel zeigen*, ou un commentaire, *wer hat eine Idee* ?

Dans les questions introduites par *Wie* ou *Wie viel*, qui sont l'expression, respectivement, de la manière et de la quantité, 96 % relèvent du domaine mathématique. Il n'y a que deux exceptions, plus "passe-partout", permettant au cours de se dérouler linéairement : *wie lautet dann die zweite Frage* et *wie geht's dann weiter* ?

Dans les questions introduites par *Wo*, qui sont l'expression du lieu, 90 % relèvent du domaine mathématique. Elles permettent de bien localiser la direction ou la provenance d'un objet mathématique comme, le point, par exemple : *wo liegt dieser Punkt D* ? *Wo fängst du an, in welchem Punkt* ? On pourrait rencontrer la seule exception, à savoir, *wo liegt das Problem*, dans toute autre discipline. Le mot *Problem* fait, ici, référence au concept général de difficulté, d'obstacle à vaincre et non pas, a priori, à "l'activité problème", en tant qu'activité mathématique.

Dans les questions restantes, que nous n'avions pu classer dans aucune des catégories précédentes, 71 % sont d'ordre général. Certaines sont introduites par un verbe, l'interrogation porte alors globalement sur l'ensemble de la phrase. D'autres ne contiennent pas de verbe ou sont des phrases affirmatives, transformées en phrases interrogatives. Elles portent, toutes, sur les instructions et consignes données en classe, s'intéressent au bon suivi et à la compréhension des élèves. Signalons la question, posée par le professeur pendant le cours *Längenmessung und Umfang*, et qui ne comporte pas de verbe : *Das Rechteck und Plural ?* Elle recouvre un champ, à la fois mathématique et linguistique. L'enseignant a posé ce genre de questions à 3 reprises, révisant à la fois avec ses élèves le nom mathématique d'une figure, son genre et sa marque de pluriel. Cela est, certes, propre à cet enseignant mais aussi au cours de DNL. Pendant un cours de mathématiques en langue maternelle, il est extrêmement rare, pour ne pas dire, inexistant, de rencontrer une telle pratique.

Il est certes possible de confirmer, à la lecture de cette analyse de questions, que les Wie/Welche-Fragen sont propres aux mathématiques, mais ce ne sont pas les seules. En effet les Warum/Wo-Fragen, y sont également très fortement représentées, puisqu'en ce qui concerne les *Warum-Fragen*, il n'y a aucune exception. Quant à la longueur de ce type de questions, nous avons également émis l'hypothèse, qu'elles étaient, en règle générale, plus longues que les questions non spécifiques aux mathématiques. Cela semble se vérifier assez facilement, en observant les questions dans les deux tableaux ci-dessus. Il y a cependant des exceptions, comme les *Wo-Fragen*, relativement courtes (pas plus longues en tous les cas que les *Wer-Fragen*). La longueur d'une question dépend essentiellement du contexte dans lequel elle est posée. Rappelons que les deux interrogations les plus courtes relèvent l'une, du discours général : *kein Problem*, et l'autre établit un lien entre les mathématiques et la linguistique : *Das Rechteck und Plural ?*

II 5. Perspectives et recommandations didactiques

Que retenir de ce travail d'analyse sur les différents corpus écrits et oraux cités ? Quelles perspectives cette étude nous ouvre-t-elle et quelles recommandations didactiques serait-il envisageable de proposer, à la lumière de cette recherche ?

En ce qui concerne les hypothèses spécifiques, formulées dans la partie "recherche sur le terrain", l'hypothèse n°1) s'intéressait à la relative facilité, pour l'enseignant, de travailler, dans un contexte, quasi naturel, induit par les activités mathématiques, les formes grammaticales particulières, que sont le comparatif et le superlatif. En comparant le corpus écrit au corpus oral, nous avons remarqué que, bien qu'on en rencontre dans les deux situations, elles diffèrent, selon qu'elles sont amenées par une activité mathématique, qui compare naturellement des longueurs ou d'autres grandeurs entre elles, ou qu'elles relèvent plutôt d'un discours de classe.

Un travail en amont avec le professeur d'allemand permettrait, peut-être, au professeur de mathématiques en sites bilingues, d'employer, plus aisément et plus fréquemment encore, ces structures langagières particulières, notamment dans les chapitres qui s'y prêtent, en introduisant habilement une expression et son contraire, comme par exemple *größer* avec *kleiner*, *die längste* avec *kürzeste* etc., dans le souci de ne pas enseigner des mots comme des "phénomènes isolés". Pourquoi ne pas mettre à disposition des élèves, pour un nombre restreint de mots du langage courant, un petit lexique comportant le comparatif, le superlatif et le contraire du terme, afin d'établir un parallèle avec des mots plus spécifiques aux mathématiques ?

Nous avons constaté la "relative pauvreté" dans l'utilisation des verbes à particule séparable, apparaissant à l'écrit comme à l'oral, mais sous des formes différentes (hypothèse spécifique n°2). Aussi, ne serait-il pas possible de suggérer aux enseignants de DNL en sites bilingues, un travail plus approfondi et plus régulier avec un linguiste, le professeur d'allemand par exemple, pour diversifier et enrichir davantage le vocabulaire et les structures langagières employés à l'oral en classe ? Nous reviendrons un peu plus loin sur ce point, en précisant quelques recommandations didactiques. Il faut, néanmoins, prendre en compte le manque de temps, qui est souvent un facteur déterminant, empêchant un travail interdisciplinaire construit, réfléchi et approfondi de s'effectuer. Il est vrai que la charge de préparation qui pèse sur les enseignants est d'autant plus lourde que, la plupart du temps, il

leur faut mener de front un groupe monolingue et un groupe bilingue. Ils ont la nécessité de suivre la même progression didactique et pédagogique dans les deux groupes, afin de leur permettre une avancée commune quand ils se retrouvent en classe complète.

Néanmoins, même si le facteur temps est décisif (et rébarbatif), la référence au document écrit (cédérom) est toujours possible et devrait favoriser une plus grande diversité dans les utilisations linguistiques, puisqu'il a été composé à partir de manuels de mathématiques allemands originaux.

L'hypothèse spécifique n°3) stipulait que les verbes de modalité étaient plus employés à l'oral qu'à l'écrit. Celle-ci s'est vue largement confirmée par l'analyse des enregistrements.

En retranscrivant les enregistrements de cours, j'ai pu constater aussi le type de fautes commises par les enseignants (signalées par un astérisque* dans les pages en annexe). Certaines sont plutôt grammaticales (déclinaisons non respectées), d'autres sont des "alsacianismes" (relevant du style oral, qu'un Allemand utiliserait aussi), comme par exemple, "*an... was*" au lieu de *woran*, "*aus... was*" au lieu de *woraus*, *was meinst du davon* au lieu de *was meinst du dazu* ? *Unterrichtsheft* (traduction littérale de "cahier de cours") pour *Schulheft*. L'idéal serait probablement de favoriser, pour les enseignants, un "bain linguistique" régulier, à la fois dans des cours de mathématiques en Allemagne, mais aussi chez "l'habitant", pour pratiquer la langue dans tous ses contextes. Cela demanderait de les décharger, de temps à autre, de leurs cours, car il est difficile, avec la surcharge de travail déjà occasionnée par ce type d'enseignement, de prendre cela sur des temps de vacances.

Que dire de l'une des deux hypothèses générales de travail, à savoir, que faire des mathématiques en langue allemande apportait à l'élève un bénéfice cognitif, tant au niveau des mathématiques que de la langue allemande ?

N'ayant effectué, dans ce mémoire, aucune étude quantitative concernant les résultats des élèves, nous ne pouvons que reprendre ici les conclusions du mémoire de maîtrise, en nous basant également sur les résultats donnés par des études dans d'autres sites bilingues, études dont nous avons parlé dans la première partie. Nous avons vu que l'enseignement des mathématiques, en tant que DNL, augmentait les capacités cognitives de l'apprenant.

Sur le plan des mathématiques, comment ne pas reparler de tout le côté imagé et parlant de la langue allemande, englobant la définition du concept mathématique dans le mot choisi pour le désigner ? Sur le plan linguistique, même si, en analysant ces deux

enregistrements de cours, nous avons constaté la "pauvreté linguistique" des interventions des élèves, se résumant la plupart du temps à un mot "prémâché" ou très fortement induit par l'enseignant, faire des mathématiques en langue allemande apporte un bain linguistique supplémentaire. Cela fait travailler la langue, dans un contexte naturel, extérieur à l'apprentissage de la langue, elle-même. L'élève a le droit à "l'erreur linguistique", puisque la discipline (DNL) "l'emporte" sur la langue (L2).

Concernant cette relativement faible implication orale des élèves, cela peut être dû à la particularité d'un cours de mathématique qui, même en langue maternelle, permet souvent aux élèves de ne répondre que par monosyllabes, ou phrases tronquées. Comment favoriser un meilleur bénéfice sur le plan de l'interaction entre mathématiques et langue ? Comment sortir du schéma stéréotypé des questions-réponses et permettre que s'instaure entre les élèves un véritable débat mathématique ? D'après MAIER et SCHWEIGER (1999, p. 159), DUFFIN (1986) montrait à partir d'exemples pertinents : *« wie fruchtbar Schüler über Mathematik kommunizieren können, wenn sie sich nicht im Rahmen des fragend-entwickelnden Unterrichts äußern, wo sie nur zu raten versuchen, was der Lehrer mit seiner Frage meint und als Antwort zu hören wünscht, und wo der Lehrer dazu neigt, jede Antwort zu verwerfen, die nicht mit seinen Intentionen in Einklang ist. »*

Cela mériterait certes que la didactique des mathématiques continue à se pencher sur la question. Il pourrait être intéressant aussi de se poser la question, dans une recherche future, des différences perceptibles entre garçons et filles dans le type de production orale (ou écrite). D'après JUNGWIRTH (1991), les garçons, moins craintifs pour deviner, répondent plus volontiers à des questions ouvertes, à caractère plus équivoque. Les filles, qui n'aiment pas dépendre d'une méthode qui "tâtonne", où le risque d'erreur est grand, préféreront se taire que de répondre de travers.

Et pour l'élève en site bilingue, comment faciliter sa communication et l'enrichir de structures langagières toujours utiles et réutilisables en mathématiques ? Ne serait-il pas envisageable de lui fournir le répertoire fonctionnel (cf. II 1.2.), ainsi que le langage de groupe (ou discours de classe, cf. II 1.3.), établi par le groupe de recherche-formation ?

La deuxième hypothèse générale de travail s'intéressait à la part de langage courant par rapport au langage spécifique. Nous avons vu, en analysant, les deux chapitres du document, que le langage naturel était, en "type" (nombre de mots différents), environ 3 fois plus représenté que le langage mathématique. Celui-ci, néanmoins, est beaucoup plus "présent", si l'on considère sa fréquence d'utilisation. Au demeurant, certains mots fort utiles en mathématiques relèvent, à part entière, du langage courant.

Il convient, pour favoriser la maîtrise des objectifs d'apprentissage des mathématiques, de bien prendre en compte l'acquisition linguistique. Celle-ci passe nécessairement par la compréhension et par la production orale et écrite. De plus, un transfert entre cette production orale et écrite est indispensable. Cette notion de transfert, qui s'effectue, selon le cas, plutôt de l'écrit vers l'oral ou de l'oral vers l'écrit, serait d'ailleurs également à creuser.

Quelles recommandations plus spécifiques pourrions-nous, dès lors, formuler à destination des enseignants de mathématiques (et d'allemand ?) de site bilingue ? Elles se situent sur quatre plans complémentaires : le plan fonctionnel permettant le bon déroulement du cours, le plan de la discipline au service de l'acquisition des concepts inhérents aux mathématiques, le plan linguistique au service d'un débat mathématique plus riche et, enfin, le plan culturel prenant en compte les différences d'enseignement observées d'un pays à l'autre. Précisons ces quelques points :

1) sur le plan fonctionnel, comme nous l'avons évoqué à plusieurs reprises, afin de permettre un meilleur déroulement du cours, ne pas hésiter à avoir recours aux deux documents "répertoire fonctionnel" et "langage de groupe". Le langage de groupe (discours de classe) pourrait, d'ailleurs, être profitable aux élèves dans toutes les DNL. Il leur procure une certaine sécurité, grâce à l'autorisation de consultation d'un document, ne les obligeant pas à investir, à tout prix, leurs acquis langagiers. Cela ne libérerait-il pas la parole en quelque sorte, parole trop souvent muselée ou freinée par crainte de la faute dans l'expression orale ? Selon le cas, ces deux documents pourraient, tantôt être proposés tel quel, tantôt être retravaillés, voire complétés, en collaboration avec le professeur d'allemand de la classe.

2) sur le plan de la discipline, permettre à la langue allemande d'être au service des mathématiques, en tirant au maximum profit du caractère concret, imagé et parlant de cette langue. Ceci est particulièrement signifiant dans les activités géométriques où la définition du concept est contenue dans le mot, *Mittelsenkrechte* ("milieu-perpendiculaire" pour médiatrice), par exemple. Certaines activités numériques le permettent également, pensons à *echter Bruch und unechter Bruch* ("vraie fraction et fausse fraction"), *kürzen und erweitern* ("simplifier" et "élargir"). L'équivalent de certaines expressions n'existe en français que sous forme de périphrase. Employer et faire fonctionner activement ces termes est donc au service d'une meilleure acquisition du (des) concept(s) mathématique(s) véhiculé(s) mais également de la langue, puisque qu'un seul mot remplace avantageusement toute une périphrase.

3) sur le plan linguistique, permettre aux mathématiques d'être au service d'une expression plus riche en allemand. Ceci sera, suivant le niveau d'aisance de l'enseignant en langue allemande, plus aisé à réaliser avec l'aide d'un professeur d'allemand.

On privilégiera dans un premier temps l'acquisition et l'utilisation, sous toutes leurs formes (impérative, infinitive, passive) des verbes les plus fréquemment utilisés en mathématiques, en expression orale ou écrite, comme *addieren, benutzen, berechnen, können, müssen, nennen, zeichnen*. Ainsi, par exemple, pour activer la forme passive, pourquoi ne pas mettre en parallèle la propriété évoquée dans la partie théorique *Ein Viereck mit gleichlangen Seiten wird Raute genannt* avec une phrase semblable, tirée du langage courant ? La propriété *Punktrechnung wird vor Strichrechnung ausgeführt* réactivera, à la fois la forme passive, et permettra de mettre l'accent sur un verbe à particule séparable *ausführen*. A ce propos et dans un second temps, la collaboration avec un linguiste aidera également l'enseignant à sortir d'une certaine "pauvreté ou monotonie linguistique" en diversifiant, par exemple, l'utilisation très fréquente de verbes comme *hinschreiben* au bénéfice de l'emploi de *aufschreiben, einschreiben, eintragen* ou *niederschreiben*. Cette diversification n'est-elle pas incontournable pour que les mathématiques soient efficacement au service de la langue ?

Dans un troisième temps, ne pas hésiter à reformuler (cf. II 1.4) les énoncés écrits en les expliquant différemment à l'oral, sans pour autant tomber dans le travers d'une langue non authentique ou trop appauvrie.

Dans un quatrième temps, avoir à l'esprit que les mathématiques véhiculent, suivant les activités proposées, beaucoup de termes ou d'expressions du langage courant, les deux disciplines se légitimant ainsi l'une l'autre. Citons en illustration des mots qui servent à se repérer dans l'espace, comme *oben, unten, vorn, hinten* ou des mots relatifs à des grandeurs, comme pour l'argent, *Preis, Gesamtpreis, Preisnachlass, Rabatt, Skonto* ou en rapport avec une durée, *Abfahrt, Fahrzeit, Ankunft* etc.

Enfin, dans un dernier temps, donner ou rappeler, lors de l'expression orale le genre et le pluriel des noms mathématiques (on les trouve dans le cédérom), est certainement une pratique profitable à la langue, les mots spécifiques à la discipline se déclinant comme d'autres plus courants. Ceci est conseillé également pour les mathématiques en langue française.

Dans tous les cas et si le manque de temps ne permet pas un travail régulier et approfondi avec un linguiste, se référer aux structures et expressions langagières proposées dans le cédérom.

4) sur le plan culturel, enfin, prendre en compte les différences d'enseignement observées d'un pays à l'autre. Rappelons, tout d'abord, la différence d'approche dans l'étude des quadrilatères, perceptible dans la manière de les classer. Elle permet à l'élève de découvrir une autre logique mathématique, révélatrice de processus mentaux différents. En France, on met l'accent sur ce qui définit les quadrilatères en tant que figures géométriques, les classant du plus grossier, le quadrilatère quelconque, au plus parfait, le carré. En Allemagne, on les classe selon le nombre d'éléments nécessaires à leur construction. D'un point de vue strictement mathématique, cela revient au même, puisque le nombre d'éléments nécessaires à la construction d'une figure est indissociable de ses propriétés. Il est cependant signifiant pour l'élève de réaliser que, pour construire un carré, c'est à dire le quadrilatère ayant le maximum de propriétés (8), il suffit d'en connaître un élément et un seul : la longueur de son côté ou la longueur de sa diagonale. Il s'agira de donner sens au lien qui existe entre ces deux approches. Ainsi, à partir du seul élément connu pour construire un carré, se dérouleront toutes les étapes nécessaires à sa construction, un peu comme se démontrerait l'écheveau d'une intrigue, en se basant pas à pas sur une propriété différente de ce quadrilatère, propriété dont le choix dépend de l'élément donné au départ.

Reparlons, également, de l'approche différente des fractions, qualifiées de *echter Bruch* ou *unechter Bruch*, concepts qui prennent sens dans l'écriture mathématique : $1\frac{1}{6}$ pour $\frac{7}{6}$. Là encore, pointer le doigt sur le regard différent posé sur une même notion mathématique, dont nous n'avons pu déterminer si cela relevait plutôt d'un "phénomène de surface" ou du concept mathématique, est au service de l'acquisition de la discipline.

De manière plus large, plus interdisciplinaire, il serait intéressant de proposer aux élèves d'effectuer des enquêtes en allemand sur quelques notions mathématiques, comme le nombre π (Pi), par exemple. Ainsi, en tapant, sur le moteur de recherche google *die Kreiszahl Pi*, on trouve un certain nombre de sites proposant des liens possibles, à usage scolaire. De même, l'étude du théorème de Thalès permet une recherche historique sur l'auteur présumé de ladite propriété, puisque là aussi, des différences culturelles existent. Les exemples, facilitant un travail plus inter- ou trans- disciplinaire ne manquent pas. Effectuer de telles enquêtes n'est-il pas un excellent moteur pour activer l'interaction entre mathématique et langue, une manière de répondre à la question : quelles structures linguistiques allemandes au service de quelles mathématiques ?

CONCLUSION

Nous avons cherché dans ce mémoire à répondre à la question : « quel est l'apport du langage mathématique, de cette langue particulière que sont les mathématiques, à l'amélioration du niveau en langue allemande dans l'enseignement en DNL », la construction des différents types de langage étant une finalité d'importance dans le système éducatif. Il serait, certainement, pertinent d'effectuer le même genre d'étude et d'analyse, sur l'ensemble des chapitres d'une année scolaire de mathématiques, voire sur les quatre années de collège, en menant en parallèle un travail sur des enregistrements de cours.

Comme nous l'avons vu, les activités mathématiques utilisent des mots du langage courant et celui-ci hérite de mots et de symboles de la langue mathématique, c'est donc une interaction apportant un enrichissement mutuel. Une bonne maîtrise de la langue est une condition nécessaire, mais non suffisante, dans la construction d'opérations logiques. Dans les livres de mathématiques, les définitions sont données sous forme d'explication ou d'une description et parfois d'une simple désignation. Les définitions ne s'inscrivent pas toujours dans une "construction linéaire" du cours ; il arrive qu'on se serve de certaines notions dont les définitions apparaissent bien plus tard, laissant l'élève sur une incompréhension. Face à un problème, à première lecture, il ne peut qu'être terrifié par le texte truffé de mots incompréhensibles. Il doit alors entreprendre d'essayer de le décrypter, à partir des définitions mémorisées, d'un dictionnaire ou d'une autre aide, jusqu'à ce que le texte s'éclaire et fasse sens.

Il ressort de notre étude que, des compétences linguistiques peuvent se construire avec des contenus mathématiques, et que les contenus mathématiques peuvent être transmis, même si la langue seconde n'est pas parfaitement maîtrisée, puisque le langage mathématique possède son code linguistique propre. Toutefois, enseigner les mathématiques en langue allemande doit rester, prioritairement, au service de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques. Il convient d'éviter qu'un élève ne soit pénalisé par le fait de faire des mathématiques en tant que DNL, excepté, sans doute, dans les cas patents d'absence de connaissances en DNL et/ou en langue ou d'une incapacité manifeste à exprimer sa pensée, faute d'un lexique et d'une syntaxe adaptés. Citons, à ce propos, ce très sage adage à qui la langue allemande donne toute sa pertinence :

« So viel in der Partnersprache wie möglich, so viel in der Muttersprache wie nötig ! »

Pour conclure, j'aimerais relever quelques questions restant ouvertes et concernant l'interaction entre langue, langage et mathématiques. Il conviendrait de les creuser davantage, elles pourraient fournir des pistes de réflexion pour un travail de recherche future :

1) Comment la verbalisation des concepts mathématiques influence-t-elle leurs apprentissages ?

2) Comment, et dans quelle mesure les compétences mathématiques sont-elles transférables d'une langue à une autre ?

3) Quelles difficultés linguistiques, dans l'expression et la production orales et/ou écrites, sont propres aux mathématiques ?

4) De quelle manière et dans quelle mesure la langue, dans laquelle les mathématiques sont enseignées, contribue-t-elle à augmenter ou à réduire les erreurs, en expression et production orales et/ou écrites des élèves ?

Considérant cette quatrième et dernière question, il pourrait être intéressant de mener une étude longitudinale sur les types d'erreurs à caractère plus linguistique (même s'il est parfois difficile de faire la part des choses), trouvées dans des copies d'élèves, lors de leurs productions écrites. Donner les mêmes contrôles, à dominante géométrique (c'est dans ce domaine que les fautes sont les plus "criantes"), à des élèves en France, en Allemagne et à des élèves en sites bilingues (dans les deux langues).

Pour illustrer cette piste de recherche potentielle, rappelons ces erreurs d'élèves, cités en exemples dans ma partie théorique (cf. I 2.2), à propos de "**trouver x**" et du "*linkswinkliger Dreieck*", et donnons en encore deux autres, tirés de mon expérience professionnelle. J'ai pu, ainsi, lire dans une copie d'un élève de 4^{ème} (mathématique en langue française) : « La nature du triangle ABC est un cercle de diamètre [AB]. » Etait-ce le mot "nature", qui était resté incompréhensible pour l'élève, les concepts de triangle, cercle, diamètre ou, y a-t-il eu confusion, dans son esprit, avec la propriété suivante : **Si on joint un point d'un cercle avec les extrémités d'un diamètre, on obtient un triangle rectangle en ce point ?**

Deuxième exemple, lu dans une copie d'élève de 5^{ème}. Je voulais tester l'introduction au raisonnement hypothético-déductif. En classe, nous avons travaillé avec quelques propriétés mathématiques, données sous la forme « Si..., alors.... », en argumentant leur validité et en écrivant leurs réciproques, quand c'était possible.

Propriété donnée : **Si un triangle a un angle droit, alors ce triangle est rectangle.**

Réciproque attendue : **Si un triangle est rectangle, alors il a un angle droit.**

Réciproque écrite par l'élève : « Si un triangle a un angle droit, alors ce rectangle est triangle. »

Il avait bien compris qu'il fallait "inter changer" deux parties de phrases entre elles, mais est resté imperméable au concept mathématique de "réciproque". Une telle erreur serait-elle possible en langue allemande, où on différencie la "figure géométrique-rectangle" (*Rechteck*) de "l'adjectif rectangle", qui qualifie un triangle ou un trapèze ayant un angle droit (*rechtwinkliges Dreieck, rechtwinkliges Trapez*) ?

Si les problèmes de compréhension peuvent se résoudre par des explications et la mémorisation de définitions, cela ne suffit pas pour réussir en mathématiques. Il faut aussi être capable de montrer qu'on a compris et ce qu'on a compris. C'est le passage à l'expression orale ou écrite, de la réponse (solution) au problème. L'élève, face à un exercice ou un problème, se doit de trouver le résultat, la solution, la réponse... Même si cela lui est possible, il se peut qu'il soit incapable de l'exprimer, de l'expliquer, de le montrer ou le démontrer dans un langage approprié (texte, schéma, tableau, dessin, figure...). L'expression orale (nous l'avons vu) ou écrite est souvent défectueuse. Les causes sont, sans doute, d'ordre linguistique, en plus de bien d'autres causes. La langue de l'enseignement reste le vecteur incontournable de la communication, sans laquelle aucune connaissance, qu'elle soit mathématique ou non, ne saurait être véhiculée.

LAVELLE disait « Le langage n'est pas, comme on le croit souvent, le vêtement de la pensée. Il en est le corps véritable » (HAGEGE, 1996, p. 99). Parler et penser sont ainsi, étroitement liées, en constante interdépendance, comme l'expriment également MAIER et SCHWEIGER (1999, p. 246) : « *In gewisser Weise sind Sprache und Denken in einer Art genetischem Zirkel miteinander verflochten, wo sich eines notwendig auf das andere stützt, und sich so beide in Wechselwirkung ausformen.* »

L'apprenant en classe de mathématique, et plus spécialement en classe bilingue, n'est-il pas constamment confronté à une double tâche : construire sa représentation des objets mathématiques et créer une représentation du code linguistique véhiculé et de la manière dont celui-ci en formule les contenus conceptuels ?

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages, revues et Cédérom

ACADEMIE DE STRASBOURG (éd), 1996, *Enseigner les mathématiques en langue allemande*, Document de travail pour les sections européennes élaboré par le groupe de Recherche Formation, Strasbourg, Inspection Pédagogique Régionale - Service de Formation (épuisé).

ACADEMIE DE STRASBOURG (éd), 1998, *Enseigner les mathématiques en langue allemande*, Volume II, Document de travail pour les sections européennes élaboré par le groupe de Recherche Formation, Strasbourg, Inspection Pédagogique Régionale - Service de Formation.

ARTH, I., 1996, *Mathematik als bilinguales Sachfach (Deutsch – Englisch)*, Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der ersten Staatsprüfung für das Lehramt für die Sekundarstufe II, unter Leitung von W. Butzkamm. Staatliches Prüfungsamt für Lehrämter an Schulen – Köln – Außenstelle Aachen. (Non publié).

BASCAVUSOGLU A., 2000, Turquie : les disciplines scientifiques privilégiées in *Le Français dans le Monde*, (n° spécial janvier 2000), pp. 74–76.

BAIN, B., 1974, « Bilingualism and cognition : Towards a general theory », in S.T. Carey, ed., *Bilingualism, Biculturalism and Education*, Edmonton, University of Alberta Press, pp. 119–128.

CONSEIL GENERAL DU HAUT-RHIN (éd), 1991/1994, *Bilan d'étape de l'enseignement bilingue précoce*, Colmar, Conseil Général du Haut-Rhin (Service Langue et Culture Régionale).

CHRIST, I., 1991, Stand und Entwicklung der bilingualen Züge in Nordrhein-Westfalen aus der Perspektive der Schulaufsicht, in Wode, Henning, Burmeister, Petra (Hrsg) : *Erfahrungen aus der Praxis bilingualen Unterrichts, ausgewählte Beiträge vom Symposium « mehrsprachiger Unterricht in Europa »*, in Kiel, im November 1990. Eichstätt/Kiel.

CLARK, R., 1974, Some aspects of psycholinguistic, in E. Jacobsen (Ed.), *Interactions between linguistics and mathematical education, Final report of the symposium sponsored by UNESCO, CEDO and ICMI*, Nairobi, Kenya, September 1-11.1974, Paris, pp. 74–81.

CLARKSON, P., 1991(a), *Bilingualism and Mathematics Learning*, Geelong, Victoria, Deakin University Press.

CLARKSON, P., 1991(b), Language Comprehension Errors – A Further Investigation, in *Mathematics-Education-Research-Journal*, Band 3, Heft 2, pp. 24–33.

COMMISSION EUROPEENNE (éd), 1995, *Livre blanc sur l'éducation et la formation : enseigner et apprendre : vers la société cognitive*, Luxembourg, Office des publications officielles des communautés européennes.

COPIRELEM (éd), 2006, Actes (rassemblés par Jean-Claude Rauscher) du XXXIIème colloque à Strasbourg 30, 31 mai et 1^{er} juin 2005, *Enseigner les mathématiques en France, en Europe et ailleurs*, Strasbourg, IREM.

COSERIU, E., 1988, *Einführung in die Allgemeine Sprachwissenschaft*, Tübingen, Francke.

COSTE D., Immersion, enseignement bilingue et construction des connaissances, in *Le Français dans le Monde* (n° spécial janvier 2000), pp. 86–94.

CUEVAS, G., 1984, Mathematics Learning in English as a Second Language, in *Journal for Research in Mathematics Education*, Volume 15, No. 2, pp. 134–144.

DONECKER, M., 2004, Zur Situation des deutschsprachigen Sachfachunterrichts in Frankreich, Zwischenbericht eines Fachberaters des Goethe-Instituts, in *Französisch Heute*, 35. Jg, 2004 Heft 2, pp. 174-183.

DUFFIN, J., 1986, Mathematics through classroom talk, in *Mathematics in School* 15 (2), pp. 10–13.

DUVERGER, J., MAILLARD, J.-P., 1996, *L'enseignement bilingue aujourd'hui*. Paris, Albin Michel.

DUVERGER, J., 2000, Actualité de l'enseignement bilingue, in *Le Français dans le monde*, janvier 2000, Paris, Clé.

DUVERGER, J., 2005, *L'enseignement en classe bilingue*, Français langue étrangère, Tours, Hachette.

GAJO, L., 2000, Le bilinguisme par l'apprentissage, in *Le Français dans le Monde* (n° spécial janvier 2000), pp. 110–117.

GAJO, L., 2001, *Immersion, bilinguisme et interaction en classe*, Didier, LAL.

GALILEI, G., 1623, Il saggiaiore, in *Opere di Galileo Galilei a cura di Franz Brunetti*, Volume Primo, Torino : Unione Tipografico, Editrice Torinese 1964.

GEIGER-JAILLET, A., 2005, *Le bilinguisme pour grandir, Naître bilingue ou le devenir par l'école*, Paris, L'Harmattan.

GURTNER, J.L., MONNARD, I., TIECHE-CHRISTINAT, C., 1996, *Enseignement d'une langue seconde à l'école enfantine : évaluation scientifique des expériences fribourgeoises de Villars-sur-Glâne et de Morat 1994/95*, Neuchâtel, IRDP (Recherches 96.102), sept 1996.

HALLIDAY, M.A.K., 1974, Some aspects of sociolinguistics. In *Nairobi Report. Interactions between Linguistics and Mathematical Education*. Final Report of the Symposium sponsored by UNESCO, CEDO and ICMI. Nairobi/Kenya/September 1 - 11 UNESCO : ED – 74/CONF, 808.

HAGEGE, C., 1996, *L'enfant aux deux langues*, Paris, O. Jacob.

HANSE, P., 2000, Les nécessaires articulations entre langue 1, langue 2 et disciplines non linguistiques en langue 2, in *Le Français dans le Monde* (n° spécial janvier 2000), pp. 150–158.

HERSH, R., 1995, *Fresh Breezes in the Philosophy of Mathematics*. Amer. Math. Monthly 102, pp. 593–598.

HOWSON, A. G., AUSTIN, J. L., 1980, Language and Mathematical Education, in *Educational Studies in Mathematics* 10, pp. 161–197.

HUCK, D., 2004, Les politiques linguistiques éducatives en Alsace, in *Enseigner en classe bilingue. Former les enseignants des classes bilingues "français/langues secondes – langues régionales"*. (= Actes de l'Université d'automne de l'I.U.F.M. d'Alsace, 24-27 octobre 2002)-MJENR- DESCO, pp. 25–35.

JUNGWIRTH, H., 1991, Die Dimension "Geschlecht" in den Interaktionen des Mathematikunterrichts, *Journal für Mathematikdidaktik* 12 (2/3), pp. 133–166.

KLIX, F., 1995, Stabilität und Wandlungen in geistigen Dispositionen des Menschen. *Sitzungsberichte der Leibnitz – Sozietät* 2 (1/2), pp. 5–40.

KRISTEVA, J., 1988, *Etrangers à nous-mêmes*, Paris, Fayard.

L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES EN LANGUE ETRANGERE, 2005, Document de travail/DNL mathématiques/validé par le groupe de langues et de mathématiques de l'IGEN, mars 2005
http://perso.orange.fr/jacques.moisan/DNL_math.pdf
consulté le 20 mars 2006.

LEISEN, J., (éd), 1999, *Methoden-Handbuch deutschsprachiger Fachunterricht (DFU)*. Bonn, Varus. (Des éléments du livre sont disponibles sur internet)
http://www.alsace.iufm.fr/web/bilingue/evenements/conf_leisen_2004/tout_conf_leisen_presentation.htm
consulté le 27 juillet 2006.

LEROI-GOURHAN, A., 1980, *Hand und Wort – Die Evolution von Technik, Sprache und Kunst*, Frankfurt, Suhrkamp.

LÜDI, G., 1998, L'enfant bilingue : chance ou surcharge cognitive ? ARBA 8, *Elaboration d'un projet linguistique pour la Suisse, Annexe 8*,
<http://www.romsem.unibas.ch/sprachenkonzept/concept.html> .
consulté le 7 octobre 2003.

MAGNAN, C., 1990, *Et Newton croqua la pomme*, Editions Belfond/Sciences.

MAIER, H., SCHWEIGER, F., 1999, *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*, Wien, Öbvethpt.

MANGOLD, J., 1985, *Fachsprache Mathematik und Deutsch als Fremdsprache*, Frankfurt am Main, Peter Lang.

MARCHAL, A., COLINET, J.C., 2004, Le cursus bilingue en Alsace, à l'école et au collège, in *Enseigner en classe bilingue. Former les enseignants des classes bilingues "français/langues secondes – langues régionales"*. (= Actes de l'Université d'automne de l'I.U.F.M. d'Alsace, 24-27 octobre 2002)- MJENR- DESCO, pp. 235–240.

MARKOVA, D., ETEMI, N., 2004, Macédoine : des classes bilingues porteuses d'avenir, in *Le Français dans le monde*, septembre-octobre 2004 – N°335 (article disponible sur internet), www.fdl.org/file/article/335/macedoine.php consulté le 19 novembre 2005.

MÄSCH, N., 2000, Conception des langues étrangères et choix des disciplines non linguistiques, in *Le Français dans le Monde* (n° spécial janvier 2000), pp. 69–73.

MEDINA, M., 1991, Native and Spanish Language Proficiency in a Bilingual Education Program, in *Journal of Educational Research*, Band 85, Heft 2, pp. 100–106, Nov.-Dez. 1991.

MEDJBER, S., 2004, *Le langage courant et le langage mathématique*, El Watan, sept 2004, www.algerie-dz.com/article1119.html consulté le 20 mars 2006.

MENTZ, O., 2004, Bilingualer Unterricht mit der Zielsprache Französisch, Eine Untersuchung über die aktuelle Situation in Deutschland, in *Französisch heute*, 2/2004, pp. 122–133.

MORGEN, D., 2000, Alsace : un bilinguisme scolaire fondé sur les principes de précocité et de continuité éducative, in *Le Français dans le Monde* (n° spécial janvier 2000), pp. 46–55.

NAIROBI-REPORT, 1974, *Interactions between Linguistics and Mathematical Education*, Final Report of the Symposium sponsored by UNESCO, CEDO and ICMI. Nairobi/Kenya/September 1 - 11 UNESCO : ED – 74/CONF, 808.

PERRIN, A., ROLLI, G., 2004, Académie de Strasbourg (éd), *Mathématiques Bilingue 2004 Section collège*, cédérom (disponible à l'Inspection Pédagogique Régionale, 6 rue Toussaint 67975 STRASBOURG).

PETIT, J., 2001, *L'immersion, une révolution*, Colmar, Editions Do. Bentzinger.

PICHON, A., 1936, *Le développement psychique de l'enfant et de l'adolescent*, Paris, Masson.

PIMM, D., 1987, *Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classroom*, London/New York, Routledge & Keagan Paul.

POLLOCK, J.Y., 2005, *Inné/Acquis ? Comment le petit de l'Homme apprend à parler*, Conférence à la Cité des Sciences et de l'Industrie, 17 mars 2005, http://www.cite-sciences.fr/francais/ala_cite/college/04-05/conferences/01-05-langage/index.htm consulté le 27 mars 2006.

PÖLZLEITNER, E., FLEISCHMANN, E., 1994, Content Based Language Teaching at the Graz International Bilingual School, in *Englisch 2/94*, pp. 68-70.

PORCHER, L., GROUX, D., 1998, *L'apprentissage précoce des langues*, (Que sais-je ? 3289), Paris, PUF.

ROLLI, G., 2005, *De l'intérêt de faire des mathématiques en allemand en tant que DNL (discipline non linguistique) dans les collèges de l'Académie de Strasbourg*, Mémoire de Maîtrise en Sciences de l'Education sous la direction d'A. Geiger-Jaillet, Strasbourg, Université Louis Pasteur.

ROTMAN, B., 1988, Towards a semiotics of mathematics. *Semiotica* 72-1/2, pp. 1–35.

SCHMIDT-SCHÖNBEIN, G., GOETZ, H., HOFFKNECHT, V., 1994, "Mehr oder anders ?" – Konzepte, Modelle und Probleme des bilingualen Unterrichts, in *Der fremdsprachliche Unterricht* 13/1, pp. 6–11.

SCHWOB, I., DEMIERRE-WAGNER, A., 2004, *Evaluation de l'enseignement bilingue en Valais, Rapport final*, avec la collaboration de Céline Duc, Neuchâtel, IRDP (04.1 janv 2004).

SIGÜAN, M., 2000, Bilinguisme dans l'enseignement, in *Le Français dans le Monde*, (n° spécial janvier 2000), pp. 10–21.

St JOHN, M. J., 1993, English German Bilingual Classes : An Outsider Looking In, in *Englisch*, 1/93, pp. 5–9.

SWEET, A., 1972, Children Need Talk, Some remarks upon the place of oracy in mathematics, with particular reference to the infant classroom, in *Mathematics Teaching* 58, pp. 40–43.

WEBER, M., 1999, Mathematik als bilinguales Sachfach. Unterrichtsversuch zum bilingualen Modul, in *Neusprachliche Mitteilungen aus Wissenschaft und Praxis*, 1. Quartal, 52. Jahrgang, Berlin, Cornelsen, pp. 51–53.

Manuels de mathématiques consultés

DIMATHEME 6^{ème}, édition 2002, Didier, Paris 2000.

LS6, Lambacher-Schweitzer, *Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium*, Ausgabe Baden-Württemberg, Stuttgart, Klett, 1994.

LS7, Lambacher-Schweitzer, *Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium*, Ausgabe Baden-Württemberg, Stuttgart, Klett, 1994.

LS10, Lambacher-Schweitzer, *Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium*, Ausgabe Baden-Württemberg, Stuttgart, Klett, 1996.

Articles et rapports consultés sur internet

Enseignement bilingue : fluctuations, contrastes, problématiques communes
Article de Jean Duverger in *Le Français dans le monde*, septembre-octobre 2001
<http://www.fdlm.org/fle/article/317/bilingue.html>
consulté le 12 mai 2006.

Introduction à la notation polonaise inverse
Notation appelée RPN (*Reverse Polish Notation*).
<http://h41111.www4.hp.com/calculators/fr/fr/articles/rpn.html>
consulté le 12 août 2006.

La construction des langages doit devenir la vraie finalité du système éducatif
Extrait du livre « Du taylorisme scolaire à un système éducatif vivant » Odilon - 2004
<http://perso.wanadoo.fr/b.collot/b.collot/langage.htm>
consulté le 20 mars 2006.

Le langage courant et le langage mathématique
Article de Saïd Medjber, Ex-directeur d'école, El Watan
www.algerie-dz.com/article1119.html
consulté le 20 mars 2006.

L'enseignement des mathématiques en langue étrangère
Document de travail/DNL mathématiques/validé par le groupe de langues et de mathématiques de l'IGEN, mars 2005
http://perso.orange.fr/jacques.moisan/DNL_math.pdf
consulté le 20 mars 2006.

Macédoine : des classes bilingues porteuses d'avenir
Le Français dans le monde : septembre-octobre 2004 – N°335
Article de Donka Markova et Nijazi Etemi, professeurs de mathématiques
www.fdlm.org/fle/article/335/macedoine.php
consulté le 19 novembre 2005.

Origine du langage : inné/acquis ? Comment le petit de l'Homme apprend à parler
Conférence de Jean-Yves Pollock, 17 mars 2005 à la cité des sciences et de l'industrie
http://www.cite-sciences.fr/francais/ala_cite/college/04-05/conferences/01-05-langage/index.htm
consulté le 27 mars 2006.

Origine et objectifs de l'enseignement bilingue des disciplines non linguistiques
www.unavarra.es/tel21/fr/Originsandaims.htm
consulté le 20 mars 2006.

TrigoFACILE
Point. Le livre I des éléments d'Euclide.
www.trigofacile.com/maths/euclide/livre1/definitions/1-def1.htm
consulté le 26 mai 2006.

ANNEXES